

Série d'exercices : FONCTIONS - Généralités

Présentation globale

- 1) Domaine de définitions.
- 2) Fonctions paires et Fonctions impaires et interprétations géométriques
- 3) Fonctions majorées ; minorées ; bornée
- 4) comparer deux fonctions et interprétations géométriques
- 5) Les variations d'une fonction numérique
- 6) Les extremums d'une fonction numérique

Exercice1 : Soit la fonction f définie par, $f(x) = 3x^2 - 1$

Calculer l'image de 1 et $\sqrt{2}$ et -1 par f .

Exercice2 : On considère la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

Exercice3 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x) = 2x + 1$. 2) $g(x) = 3x^2 - x + 1$ 3) $h(x) = \frac{3}{x}$
4) $M(x) = \frac{3}{2x-4}$. 5) $N(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$. 6) $K(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$.

Exercice4 : Soit f une fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 5$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Montrer que f est une fonction paire
- 3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Exercice5 : Soit g une fonction définie par : $g(x) = \frac{3}{x}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de g
- 2) Montrer que g est une fonction impaire
- 3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Exercice6 : Etudier la parité des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$. 2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$. 3) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2+5}$

Exercice7 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 7x - 5$

Montrer que f est strictement croissante sur \mathbb{R}

Exercice8 : Soit f une fonction tel que : $g(x) = -2x + 3$

Montrer que f est strictement décroissante sur \mathbb{R}

Exercice9 : Soit f une fonction tel que : $g(x) = \frac{2}{x}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de g
- 2) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$
- 3) Montrer que g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$
- 4) Donner le tableau de variation de g

Exercice10 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 3x^2 + 2$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Montrer que le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

$$\text{Est : } T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2)$$

- 3) Montrer que : f est croissante sur $[0; +\infty[$
- 4) Montrer que : f est décroissante sur $] -\infty; 0]$
- 5) Donner le tableau de variation de f

Exercice11 : Les fonction f et g définies respectivement par :

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ et } g(x) = \frac{1}{x}$$

Sont-elles égales ?

Exercice12 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 + x + 2$

- 1) Déterminer leur ensemble de définition :
- 2) Comparer les fonctions f et g
- 3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Exercice13 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = x^2$

- 1) Déterminer leur ensemble de définition :
- 2) Comparer les fonctions f et g
- 3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Exercice14 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + 2$

Démontrer que f est majorée par 2 sur \mathbb{R} .

Exercice15 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 1$

Démontrer que f est minoré par 1 sur \mathbb{R} .

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Démontrer que f est majorée sur \mathbb{R} .
- 3) Démontrer que f est minorée sur \mathbb{R} . Conclure

Exercice17 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = 5x^2 + 3$

- 1) Calculer : $f(0)$
- 2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(0) \leq f(x)$
- 3) En déduire que : $f(0)$ est un minimum absolu de f sur \mathbb{R}

Exercice18 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -4x^2 + 1$

- 1) Calculer : $g(0)$
- 2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \leq g(0)$
- 3) En déduire que : $g(0)$ est un maximum absolu de f sur \mathbb{R}

Exercice19 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$

1°a) Montrer que : $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) Montrer que : $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2) calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur \mathbb{R}

Exercice20 : Du tableau de variation on a :

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Donner une valeur maximale et Minimale de f

Exercice21 : Soit f une fonction définie par : $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 9}$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Montrer que f est une fonction impaire

3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

