

**Exercice1**

**Série:Ensembles et Applications**

$A, B, C$  sont des parties de l'ensemble  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

telles que :  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$  et  $A \cap B = \{2, 4\}$  et  $A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$  et  $A \cap C = \{2, 3\}$ .

- 1) Déterminer  $A, B$  et  $C$
  - 2) Déterminer  $A \Delta B$  et  $B \Delta C$  et  $C \Delta A$ .
- Et vérifier que  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

**Exercice2**

- 1) L'ensemble  $A^2$  contient 9 éléments dont deux éléments sont  $(a,b)$  et  $(b,c)$ , quels sont les autres éléments de  $A^2$  ?
- 2) Existe-t-il une ensemble  $A$  tel que  $Card(A^2)=7$  ?

**Exercice3**

Démontrer l'implication suivante :  $\begin{cases} A \subset B \\ B \subset C \\ C \subset A \end{cases} \Rightarrow A = B = C$

**Exercice4**

Démontrer l'implication suivante :  $A \subset B \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

**Exercice5**

$A, B$  sont des parties d'un ensemble  $E$ . Montrer que :  $(A \subset B) \Leftrightarrow (\overline{A} \cup B = E)$

**Exercice6**

$A, B, C$  sont des parties d'un ensemble  $E$ .

- 1) Vérifier les égalités suivantes en utilisant les diagrammes de Venn

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (1) \qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (2)$$

$$C_E^{A \cup B} = C_E^A \cap C_E^B \quad (3) \qquad C_E^{A \cap B} = C_E^A \cup C_E^B \quad (4)$$

- 2) Démontrer les égalités précédentes.
- 3) Montrer que quelles que soient les parties  $A$  et  $X$  de  $E$  :  $(A \cap X) \cup (\overline{A} \cap X) = X$
- 4) En déduire dans  $E$  les solutions de l'équation  $E : A - X = X - A$

**Exercice7**

$A, B, C$  sont des parties d'un ensemble  $E$ .

- 1) Montre à l'aide de contres exemples que les implications suivantes ne sont pas toujours vraies

$(A \cup B \subset A \cup C) \Rightarrow B \subset C$  (1)

$(A \cap B \subset A \cap C) \Rightarrow B \subset C$  (2)

- 2) Montrer que pour tout  $A, B, C$  :

$$\begin{cases} (A \cup B \subset A \cup C) \\ (A \cap B \subset A \cap C) \end{cases} \Rightarrow B \subset C$$