

**PROF : ATMANI NAJIB**  
**1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF**

## Exercices de mathématiques sur les dénombrements avec Correction extrais des examens régionaux et des interrogations

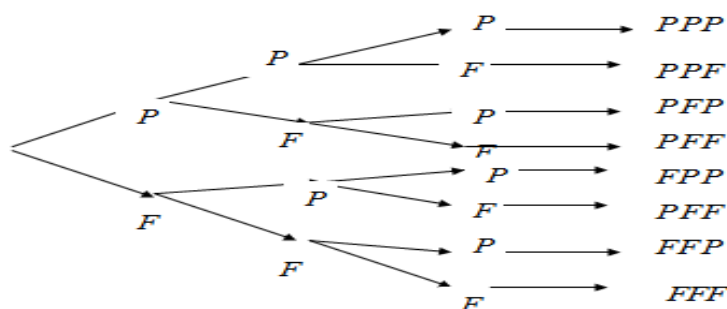
**PROF : ATMANI NAJIB**

**Exercice1 : 3points (1pt +1pt+1pt) 2007 Tanger Tétouan Al Hoceima 2007(Session Normale)**

On lance une pièce de monnaie avec F la face et P la pile trois fois de suite.

- 1) Donner l'arbre des choix de cette expérience aléatoire
- 2) Quelle est le nombre de possibilités ?
- 2) Quelle est le nombre de possibilités qui contiennent F deux fois exactement ?

**Solution :1)**



2)

1ere fois	2ere fois	3ere fois
2	2	2

Il y'a 2 possibilités pour la 1 fois : P (pile) ou F (face)

Il y'a 2 possibilités pour la 2 fois : P (pile) ou F (face)

Il y'a 2 possibilités pour la 3 fois : P (pile) ou F (face)

D'après le **principe général dénombrement** le nombres de possibilités est :  $n = 2 \times 2 \times 2 = 8$

L'ensemble des possibilités est :  $\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$

$8 = \text{card} \Omega$  (Le nombre d'élément de l'ensemble  $\Omega$ )

L'ensemble des possibilités qui contiennent F deux fois exactement est :

$A = \{PFF; FPF; FFP\}$  il Ya 3 possibilités :  $3 = \text{card} A$

**Exercice2 : 2points (0.5pt +0.5pt +1pt) Région CASABLANCA – SETTAT 2008 (Session Normale)**

1) Calculer  $C_{12}^3$

2) Une urne contient 7 boules blanches et 5 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de mêmes couleurs ?

**Solution :1)**  $C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = \frac{6 \times 2 \times 11 \times 10}{6} = 2 \times 11 \times 10 = 220$

1) Dans l'urne il Ya :12 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est :  $C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 13}{6} = 455$$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanche **ou** tirer 3 boules noires

Le nombre de possibilités est :  $C_7^3 + C_5^3$  **OU** c'est : +

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad \text{et} \quad C_7^3 = \frac{A_7^3}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 7 \times 5 = 35$$

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $35 + 10 = 45$

**Exercice3 : 8points (1pt +2pt +1.5pt +1pt+ +1pt 1.5pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) (2012) (Session Normale)**

Une urne contient 15 boules :

5 boules blanches et 7 boules rouges et 3 boules vertes

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de couleur différentes deux a deux ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya :15 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Donc :  $card(\Omega) = C_{15}^3$

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3!} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 13}{6} = 455$$

2) tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge **ET** tirer 1 boule verte

**ET** c'est : **X**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux est :

**Exercice4 : 3points (.5pt +1.5pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2012 (Session Rattrapage)**

Une urne contient 12 boules :

4 boules blanches et 6 boules rouges et 2 boules vertes

On tire au hasard **3** boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card\Omega=?$  )

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 3 éléments dans un ensemble de 12 éléments :

Donc le nombre de tirages possibles est :  $card\Omega = A_{12}^3 = 12 \times 11 \times 10 = 1320$

2) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules rouges **OU** tirer 3 boules blanches **OU** c'est : +

<b>1<sup>er</sup> tirage</b>	<b>2<sup>er</sup> tirage</b>	<b>3<sup>er</sup> tirage</b>
<b>R : 6</b>	<b>R : 5</b>	<b>R : 4</b>

**OU**

<b>1<sup>er</sup> tirage</b>	<b>2<sup>er</sup> tirage</b>	<b>3<sup>er</sup> tirage</b>
<b>B : 4</b>	<b>B : 3</b>	<b>B : 2</b>

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$$A_6^3 + A_4^3 = 6 \times 5 \times 4 + 4 \times 3 \times 2 = 120 + 24 = 144$$

**Exercice5 : 3points (1.5pt +1.5pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2013(Session Normale)**

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges  
On tire au hasard 2 boules successivement et avec remise

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card\Omega=?$  )
- 2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches
- 3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges
- 4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs
- 5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

**Solution :1)**

Le nombre de tirages possibles est :  $card\Omega=7\times 7=7^2=49$

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
7	7

- 2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est :  $3\times 3=3^2=9$

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 3	B 3

- 3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est :

$$4\times 4=4^2=16$$

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 4	R 4

- 4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges  
**OU** c'est : +

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 3	B 3

Ou

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 4	R 4

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $3^2+4^2=9+16=25$

- 5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

**ET** c'est : X mais attention à l'ordre

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	<b>OU</b>	1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 4	B 3		B 3	R 4

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :  $3\times 4+4\times 3=12+12=24$

Methode2 :  $49-25=24$  possibilités

**Exercice6 : 3points (1pt +1pt +1pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2014(Session Normale)**

- 1)Un propriétaire de magasin a réduit le prix d'une chemise de 30% pour que son prix après la réduction soit de 140DH

Calculer le prix de la chemise avant la réduction

- 2)Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires

On tire successivement et sans remise 3 boules de cette urne.

- a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?

**Solution :1)** Soit M l'ancienne prix

$$\text{Donc : } M - M \times \frac{30}{100} = 140$$

Il reste à résoudre l'équation : D'où :  $M - 0.3M = 140$

$$\text{D'où : } M(1 - 0.3) = 140$$

$$\text{D'où : } 0.7M = 140$$

$$\text{Ainsi : } M = \frac{140}{0.7} = 200dh$$

**Règle :**  $M \left(1 - \frac{t}{100}\right) = N$  avec M l'ancienne prix et N Le nouveau prix

**2)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de a éléments dans un ensemble de 8 éléments

$$\text{Donc le nombre de tirages possibles est : } \text{card}\Omega = A_9^3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

b) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules noires **OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$$A_5^3 + A_4^3 = 5 \times 4 \times 3 + 4 \times 3 \times 2 = 60 + 24 = 84$$

**Exercice7 : 2points (0.75pt +0.75pt +0.5pt) Région de Guelmim Oued Noun 2014 (Session Normale)**

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules vertes.

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est :10

2) Montrer que le nombre de possibilités contenant exactement deux boules rouges et une boule verte est : 6

3) Combien y a-t-il de possibilités contenant trois boules rouges ?

**Solution :1)** Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans l'urne il Ya :5 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card}\Omega = C_5^3 = \frac{A_5^3}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} = \frac{5 \times 2 \times 2 \times 3}{6} = 5 \times 2 = 10$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

2) Tirer deux boules rouges **et** une boule verte signifie :  $C_3^2 \times C_2^1$

**Remarque :** **et** c'est : x

Donc : le nombre de tirages contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

$$\text{Est : } C_3^2 \times C_2^1 = 3 \times 2 = 6 \quad \text{car} \quad C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{et} \quad C_2^1 = 2$$

**Remarque :**  $C_n^1 = n$

3) le nombre de tirages contenant 3 boules rouges est :  $C_3^3 = 1$

**Exercice8 : 2points (1pt +1pt) Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2014 (Session Normale)**

Une urne contient 5 boules vertes et 4 boules blanches.

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est : 84

2) Combien y a-t-il de tirages contenant exactement deux boules de même couleur ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirages possibles

1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card } \Omega = C_9^3 = \frac{A_9^3}{3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = \frac{3 \times 3 \times 2 \times 4 \times 7}{3 \times 2} = 3 \times 4 \times 7 = 84$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 84.

3) Tirer 2 boules exactement de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches et une verte  
**OU** tirer 2 boules verte et une blanche

**OU** tirer 2 boules noires **OU** c'est : + **et** c'est : x

Le nombre de possibilités de tirer exactement 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_4^2 \times C_5^1 + C_5^2 \times C_4^1$

$$C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad \text{et} \quad C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad \text{et} \quad C_4^1 = 4 \quad \text{et} \quad C_5^1 = 5$$

**Remarque :**  $C_n^1 = n$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer exactement 2 boules de mêmes couleurs est :  
 $6 \times 5 + 10 \times 4 = 30 + 40 = 70$

**Exercice9 : 2points (1pt +1pt) Région de chawia wardira 2014(Session Normale)**

Une urne contient 9 boules numérotées :

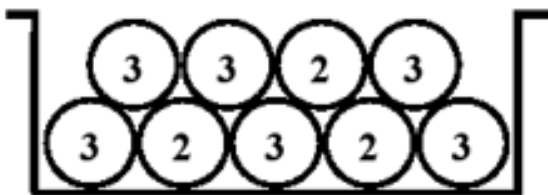
3 boules portent le numéro 2 et 6 boules portent le numéro 3

On tire 2 boules de l'urne simultanément

1. Montrer que le nombre de tirages possibles est 36

2. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 ?

**Solution :**



1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 9 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages

$$\text{possibles est : } C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{72}{2} = 36$$

2) Pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 il suffit de tirer 1 boules qui porte le numéro 2 et tirer 1 boule qui porte le numéro 3

$$\text{Donc : le nombre est : } C_3^1 \times C_6^1 = 3 \times 6 = 18$$

**Exercice10 : 3points (1pt +1pt +1pt) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune) 2015(Session Normale)**

Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules noires indiscernables au toucher

- 1) Déterminer le pourcentage des boules blanches dans l'urne
- 2) On tire simultanément 2 boules de cette urne.
  - a) Vérifier que le nombre de tirages possibles est 10
  - b) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

**Solution :** 1) le pourcentage des boules blanches dans l'urne est :  $\frac{2}{5} \times 100 = \frac{200}{5} = 40\%$

2)a) Dans l'urne il ya :5 boules et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card } \Omega = C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

b) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules noires **OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_2^2 + C_3^2$

$$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \text{et} \quad C_2^2 = 1 \quad \text{car : } C_n^n = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $1+3=4$

**Exercice11 : 2points (1pt +1pt) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune) (Session Rattrapage) 2015**

Une urne contient 6 boules numérotées comme suit :

1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4

On tire 2 boules de l'urne simultanément.

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ?
- 2) Quel est le nombre de tirages pour que les deux boules tirées soit pair ?

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 6 éléments (simultanément) donc le nombre de

$$\text{tirages possibles est : } C_6^2 = \frac{A_6^2}{2!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

**2)** Pour que les deux boules tirées soit pair il suffit de tirer 2 boules parmi 3: (2 ; 2 ; 4)

$$\text{Donc : le nombre est : } C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$$

**Exercice12 : 3points (1pt +1pt +1pt) Région de Béni Mellal Khénifra 2015 (Session Normale)**

Une urne contient 3 boules : 1 boule rouge et 1 boule Blanche et 1 boule bleu

On tire au hasard 2 boules successivement et avec remise

- 1) Calculer :  $3!$  et  $C_3^2$
- 2) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $\text{card } \Omega = ?$  )
- 3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes



**Solution :1)**  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  et  $C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3$

2)

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
3	3

Le nombre de tirages possibles est :  $\text{card } \Omega = 3 \times 3 = 3^2 = 9$

3) tirer 2 boules de couleurs différentes :

(Attention à l'ordre)

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 1	B 1

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 1	R 1

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 1	BL 1

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
BL 1	R 1

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 1	BL 1

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
BL 1	B 1

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :

$$1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 = 6$$

**Exercice 13 : 3points (1pt +1pt+1pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2015 (Session Normale)**

Une urne contient 3 boules portant chacune le numéro 1 et 5 boules portant chacune le numéro 2

1) Quel est le pourcentage de boules portant chacune le numéro 2 dans l'urne ?

2) On tire 2 boules de l'urne Successivement sans remise

a) Quel est le nombre de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de possibilités contenant 2 boules portant le même numéro ?

**Solution :1)** le pourcentage de boules portant chacune le numéro 2 dans l'urne est :

$$\frac{5}{8} \times 100 = 62.5\%$$

2) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)

Il y en a donc :  $A_8^2 = 8 \times 7 = 56$  tirages possibles

2) Le nombre de possibilités contenant 2 boules portant le même numéro Il y en a donc :

$$A_3^2 + A_5^2 = 3 \times 2 + 5 \times 4 = 6 + 20 = 26 \text{ Tirages possibles}$$

**Exercice 14 : 2points (1pt +1pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2015 (Session Rattrapage)**

Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.

On tire 3 boules de l'urne Successivement sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de possibilités contenant 3 boules portant toutes des nombres impairs ?

**Solution :1)** Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)

Il y en a donc :  $A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$  tirages possibles

2) les nombres impairs il Ya : 4 (1 et 3 et 5 et 7)

Il y en a donc :  $A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$  Tirages possibles

**Exercice15 : 2points (1pt +1pt) Région de Marrakech Safi 2015 (Session Normale)**

Une urne contient 2 boules blanches et 2 boules rouges et 3 boules vertes

On tire au hasard 2 boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card\Omega=?$  )

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est :  $card\Omega=A_7^2=7\times6=42$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules vertes

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $A_2^2+A_2^2+A_3^2=2+2+3\times2=10$

**Exercice 16 : 3points (1pt +1pt+1pt) 2016(Session Normale)**

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules vertes.

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Déterminer le nombre de tirages possibles

2) Combien y a-t-il de possibilités contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

3) Combien y a-t-il de possibilités contenant trois boules de mêmes couleurs ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirage possible

Dans l'urne il y a : 7 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

$$\text{Donc : } card\Omega = C_7^3 = \frac{A_7^3}{3!} = \frac{7\times6\times5}{3\times2} = \frac{7\times6\times5}{6} = 7\times5 = 35$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 35.

2) Tirer deux boules rouges et une boule verte signifie :  $C_3^2 \times C_4^1$

et c'est : **x**

Donc : le nombre de tirages contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

$$\text{Est : } C_3^2 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12 \quad \text{car } C_3^2 = 3 \quad \text{et } C_4^1 = 4$$

**Remarque :**  $C_n^1 = n$  et  $C_n^n = 1$

3) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules rouges **OU** tirer 3 boules vertes **OU** c'est : +

Le nombre de possibilités est :  $C_3^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = \frac{A_4^3}{3!} = \frac{4\times3\times2}{3\times2} = 4 \quad \text{et } C_3^3 = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $C_3^3 + C_4^3 = 1 + 4 = 5$



**Exercice17 : 2.5points (1pt +0.5pt+1pt +.1pt) Région de Béni Mellal Khénifra 2016 Beni Mellal khénifra (Session Normale)**

1) Calculer :  $3!$  et  $C_3^2$

2) Une urne contient 3 boules :

Une boule blanche et une boule rouge et une boule bleue

On tire au hasard 2 boules successivement et avec remise

a) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ?

b) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

**Solution :1)**  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  et  $C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3$

2) a)

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
3	3

Le nombre de tirages possibles est :  $card\Omega = 3 \times 3 = 3^2 = 9$

b) tirer 2 boules de couleurs différentes est donc :

$R|Ble$  ou  $Ble|R$  ou  $R|B$  ou  $B|R$  ou  $B|Ble$  ou  $Ble|B$

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : 6

**Exercice 18: 2points (1pt+1pt) Région de Marrakech Safi 2017(Session Normale)**

1) Calculer  $A_5^3$  et  $C_5^3$

2) On veut écrire un nombre de trois chiffres en utilisant seulement les Chiffres Suivants : 4 ;5 ;6 ;7.

Combien de nombres on peut former ?

**Solution :1)**  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$  et  $C_5^3 = \frac{A_5^3}{3!} = \frac{60}{3 \times 2 \times 1} = \frac{60}{6} = 10$

2) On peut former Par exemple former : 456 ; 455 ; 674 ; .....

Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des unités

Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines

Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des centaines

D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est :  $n = 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

Donc : On peut former 64 nombres

**Exercice19 :1points (1pt +1pt) Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017 (Session normale)**

Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules vertes

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules de mêmes couleurs ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est :  $C_9^2$

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{2 \times 1 \times 7!} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

2) tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules rouges **ou** 2 boules vertes ou c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est :  $C_4^2 + C_5^2$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad \text{et} \quad C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est :  $6+10=16$

**Exercice 20 : 2points (1pt+1pt) Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017 (Session Rattrapage)**

Une urne contient 2 boules rouges ; 3 boules jaunes et 4 boules vertes

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

- 1) Déterminer le nombre de tirages possibles
- 2) Quel est le nombre de tirages contenant 3 boules de mêmes couleurs ?

**Solution :1)** Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card } \Omega = C_9^3 = \frac{A_9^3}{3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = \frac{3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 7}{3 \times 2} = 3 \times 4 \times 7 = 84$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 84.

- 2) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules jaunes **OU** tirer 3 boules vertes **OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $C_3^3 + C_4^3$

$$\text{Et on a : : } C_4^3 = \frac{A_4^3}{3!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4 \quad \text{et} \quad C_3^3 = 1 \quad \text{car : } C_n^1 = n$$

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $1+4=5$

**Exercice 21 : 2points (1pt +1pt) Région CASABLANCA – SETTAT 2017 (SESSION NORMALE)**

- 1) calculer :  $A_7^2$  et  $C_7^2$

2)Une urne contient 2 boules blanches et 1boules rouges et 4 boules vertes

On tire au hasard 2 boules successivement et sans remise

Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $\text{card } \Omega = ?$  )

$$\text{Solution :1)} \quad A_7^2 = 7 \times 6 = 42 \quad \text{et} \quad C_7^2 = \frac{A_7^2}{2!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

- 2) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est :  $\text{card } \Omega = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$

**Exercice 22 : 2points (1pt+1pt) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)2017(Session Normale)**

Une urne contient 5boules rouges et 3 boules bleus

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules bleus ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya :8 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est :  $C_8^2$

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

2) Le nombre de possibilités de tirer 2 boules bleus est :  $C_3^2$

$$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : 3

**Exercice23 :3points (1pt +1pt+1pt) 2018(Session Normale)**

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules Noires

On tire au hasard 2 boules successivement et avec remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card \Omega = ?$  )

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

**Solution :1)**

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
7	7

Le nombre de tirages possibles est :  $card \Omega = 7 \times 7 = 7^2 = 49$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules Noires

**OU** c'est : +

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 3	B 3

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

3) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule Noire

**ET** c'est : **X** mais attention à l'ordre

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :  $3 \times 4 + 4 \times 3 = 12 + 12 = 24$

Methode2 :  $49 - 25 = 24$  possibilités

**Exercice24 : 2points (1pt +1pt) Région de l'oriental**

**(Oujda Nador Jerada Laâyoune)2018(Session Normale)**

Une urne contient 6 boules blanches ; 4 boules noires indiscernables au toucher

On tire simultanément et au Hazard 3 boules de cette urne.

1) Déterminer le nombre de tirages possibles

2) Montrer que le nombre de possibilités contenant une boule blanche et deux boules

Noires est : 36

**Solution :**1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans l'urne il Ya :10 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

$$\text{Donc : } card \Omega = C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \frac{10 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2}{3 \times 2} = 3 \times 4 \times 10 = 120$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 120.

2) Tirer une boule blanche et deux boules noires signifie : tirer 1 boule blanche parmi 6 **et** tirer 2 boules noires parmi 4

Le nombre de possibilités est :  $C_6^1 \times C_4^2$

$$\text{Et on a : } C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ et } C_6^1 = 6 \text{ car : } C_n^1 = n$$

Le nombre de possibilités est :  $6 \times 6 = 36$

**Exercice25 : 2points (1pt+1pt) Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2018 (Session Normale)**

Une classe contient 13 garçons et 12 filles et on souhaite élire un comité de 3 élèves

1) Combien de comités peut-on élire ?

2) Combien de comités peut-on élire formées de 2 garçons et une fille ?

**Solution :1)** Il s'agit d'une situation de combinaisons de 3 éléments dans un ensemble de 25 éléments (simultanément)

Donc le nombre de comités qu'on peut élire est :

$$\text{card } \Omega = C_{25}^3 = \frac{A_{25}^3}{3!} = \frac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} = \frac{25 \times 4 \times 6 \times 23}{6} = 25 \times 4 \times 23 = 100 \times 23 = 2300$$

2) Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est :  $C_{13}^2 \times C_{12}^1$

$$C_{13}^2 = \frac{A_{13}^2}{2!} = \frac{13 \times 12}{2 \times 1} = 13 \times 6 = 78 \quad \text{et} \quad C_{12}^1 = 12$$

Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est :  $C_{13}^2 \times C_{12}^1 = 87 \times 12 = 1044$

**Exercice26 : 2points (1pt +1pt) Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2018 (Session Rattrapage)**

Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de mêmes couleurs ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya :7 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est :  $C_7^3$

$$C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 7 \times 5 = 35$$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **ou** 3 boules noires

**ou** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules mêmes couleurs est :  $C_4^3 + C_3^3 = 4 + 1 = 5$

$$\text{Car } C_n^1 = n \quad \text{et} \quad C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

**Exercice27 : 2points (1pt+1pt) 2018 Dakhla oued Dahab (Session Normale)**

Une urne contient 2 boules vertes et 3 boules rouges

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est 10

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya :5 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card } \Omega = C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules vertes **OU** tirer 2 boules rouges

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_2^2 + C_3^2$

$$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \text{et} \quad C_2^2 = 1$$

**Remarque :**  $C_n^{n-1} = n$  et  $C_n^1 = n$  et  $C_n^n = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $1+3=4$

**Exercice28 : 3points (1pt +1pt +1pt) Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2018 (Session Normale)**

Dans Une petite usine il Ya 4 hommes et 6 femmes

1) Déterminer le pourcentage de femmes dans cette usine

2) Le propriétaire de l'usine choisi parmi les ouvriers et les ouvrières un groupe de 3 personnes

a) Quel est le nombre de groupes possibles ?

b) Quel est le nombre de groupes contenant 1 hommes et 2 femmes ?

**Solution :** 1) le pourcentage de femmes dans cette usine est :  $P\% = 100 \times \frac{6}{10} = 60\%$

$$2) a) C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \frac{10 \times 3 \times 3 \times 2 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

Le nombre d'ensembles possibles est : 120

b) le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est :  $C_4^1 \times C_6^2$

$$C_6^2 = \frac{A_6^2}{2!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \frac{30}{2} = 15 \text{ et } C_4^1 = 4 \text{ car : } C_n^1 = n$$

Le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est :  $4 \times 15 = 60$

**Exercice29 : 5points (1pt +0.5pt +0.5pt) Région de Rabat Salé Kénitra 2018 (Session Normale)**

1) Calculer :  $C_9^2$  et  $C_4^2$

2) Un bouquet de fleurs se compose de 2 roses blanches, 4 roses rouges et 3 roses jaunes  
Nous choisissons au hasard 2 roses simultanément du bouquet de fleurs

a) Montrer que le nombre de choix possibles est 36

b) Combien y a-t-il de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs

**Solution :** 1)  $C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{72}{2} = 36$  et  $C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

2) a) le nombre total de fleurs dans le bouquet de fleurs est :  $2+4+3=9$

Donc : Le nombre de choix possibles est :  $card \Omega = C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{72}{2} = 36$

Choisir deux fleurs de mêmes couleurs signifie :

Choisir 2 roses blanches **ou** Choisir 2 roses rouges **ou** Choisir 2 roses jaunes

Donc : Le nombre de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs est :

$$C_2^2 + C_4^2 + C_3^2 = 1+6+3=10 \text{ Car : } C_2^2 = 1 \text{ et } C_3^2 = 3$$

**Exercice30 : 2points (1pt +1pt) Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune) 2019 (Session Normale)**

Une urne contient 4 boules portant chacune le numéro 1 et 6 boules portant chacune le numéro 2

On tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien de tirages sont possibles ?

2) Combien y a-t-il de possibilités contenant 3 boules portant toutes le numéro 2 ?

**Solution :** 1) Dans l'urne il Ya 10 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc :  $card \Omega = C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = \frac{10 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2}{6} = 10 \times 3 \times 4 = 120$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 120.

1) Tirer 3 boules portant toutes le numéro 2 signifie :  $C_6^3$

$$C_6^3 = \frac{A_6^3}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2} = 5 \times 4 = 20$$

Donc : Le nombre de possibilités contenant 3 boules portant toutes le numéro 2 est : 20

**Exercice31 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt) Région de Rabat Salé Kénitra (Session Normale) 2021**

Une urne contient : 2boule rouge et 4boule Blanche et 1boule noire

On tire au hasard 3 boules successivement et avec remise

- 1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 343
- 2) calculer le nombre de tirages de 3 boules de mêmes couleurs
- 3) calculer le nombre de tirages ne comprenant aucune boule rouge

**Solution :1)**

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	3 <sup>er</sup> tirage
7	7	7

Le nombre de tirages possibles est :  $7 \times 7 \times 7 = 7^3 = 343$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie :

Tirer 3 boules blanches **ou** Tirer 3 boules rouges **ou** Tirer 3 boules noires

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	3 <sup>er</sup> tirage
B 4	B 4	B 4

**ou**

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	3 <sup>er</sup> tirage
<u>R 2</u>	R 2	R 2

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	3 <sup>er</sup> tirage
N 1	N 1	N 1

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$$4^3 + 2^3 + 1^3 = 64 + 8 + 1 = 73 \quad \text{Car : } C_2^2 = 1 \text{ et } C_3^3 = 1$$

2) Ne tirer aucune boule rouge signifie : tirer 3 boules parmi les autres couleurs

C'est-à-dire : parmi 5 boules

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage	3 <sup>er</sup> tirage
R :5	R :5	R :5

Le nombre de tirages ne comprenant aucune boule rouge est :  $5^3 = 125$

**Exercice32 : 4points (2pt +2pt) امتحان تجريبي**

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments

$$\text{Donc le nombre de tirages possibles est : } \text{card} \Omega = A_8^2 = 8 \times 7 = 56$$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

**OU** tirer 2 boules noires

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$$A_3^2 + A_4^2 + A_2^2 = 3 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times 1 = 6 + 12 + 2 = 20$$



**Exercice33 : 2points (1pt +1pt) امتحان تجريبي**

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole et on tire simultanément 3 livres de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

- 1) Dans l'urne il Ya :12 livres et on tire simultanément 3 livres de cette urne

Donc :  $card(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 12 \times 11 = 132$$

- 2) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie :

Un livre de la langue Français **et** 2 livres **non** Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement :  $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10 \times 9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est :  $3 \times 45 = 135$

**Exercice34: Interrogation2009 1point**

Quel est le nombre de mots comportant 5 lettres distinctes ?

(Sans se préoccuper du sens des mots)

**Solution :** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangements sans répétitions puisque l'ordre des lettres importe et que l'on requiert qu'elles soient distinctes.

Les lettres de l'alphabet, i.e.  $E = \{a, b, \dots, z\}$  il Ya : 26

On s'intéresse aux arrangements sans répétitions de 5 éléments prisent parmi 26

Il y en a :  $A_{26}^5 = 26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 = 7893600$

**Exercice35 : Interrogation2010 1point**

Dans un tournoi il Ya 10 participants

Déterminer le nombre de classements des 3 premiers places (on suppose que 2 coureurs ne peuvent pas prendre le même classement)

**Solution :** Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions donc :  $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$

**Exercice36: Interrogation2011 4points (2pt +2pt)**

Une urne contient 9 boules numérotées de 1 à 9.

- 1) On tire 3 boules de l'urne Successivement avec remise

Et on construit un nombre de trois chiffres

Quel est le nombre de nombres possibles ?

- 2) On tire 3 boules de l'urne Successivement sans remise

Quel est le nombre de nombres possibles ?

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangements avec répétitions

(Successivement avec remise)

Il y en a donc :  $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$

- 2) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)

Il y en a donc :  $A_9^3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$

**Exercice37: Interrogation2006 2points**

Calculer :  $A_4^2$  ;  $A_5^3$  ;  $A_7^4$  ;  $\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

**Solution :**  $A_4^2 = 4 \times 3 = 12$  et  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$  et  $A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

$$\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = 5 \times 4 = 20$$

**Exercice38 : Interrogation2012 2point**

Soit l'ensemble  $\Omega = \{a; b; c; d\}$

$card\Omega = 4$  (Le nombre d'élément de l'ensemble  $\Omega$ )

Quelle est le nombre de sous-ensembles à 3 éléments ?

**Solution :** le nombre de sous-ensembles à 3 éléments est Le nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 4 éléments  $C_4^3$

On a donc :  $C_4^3 = 4$

**Exercice39 : Interrogation2014 5points**

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire **2** boules de l'urne **simultanément**.

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card\Omega = ?$  )
- 2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches
- 3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges
- 4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs
- 5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments (**simultanément**) donc le nombre de

tirages possibles est :  $card\Omega = C_8^2 = \frac{A_8^2}{2!} = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est :  $C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est :  $C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 3	B 3

1 <sup>ier</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 4	R 4

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_3^2 + C_5^2 = 3 + 10 = 13$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

**ET** c'est : X

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :  $C_3^1 \times C_5^1 = 3 \times 5 = 15$

Method2 :  $28 - 13 = 15$  possibilités

**Exercice40 : Interrogation2016 5points**

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges

On tire au hasard 2 boules **successivement et sans remise**

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? (  $card\Omega=?$  )
- 2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches
- 3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges
- 4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs
- 5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est :  $card\Omega=A_7^2=7\times6=42$

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est :  $A_3^2=3\times2=6$

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est :  $A_4^2=4\times3=12$

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

R	B
---	---

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B 3	B 2

**OU**

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R 4	R 3

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $A_3^2+A_4^2=6+12=18$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

**ET c'est : X** mais attention à l'ordre

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
B	R

**ou**

1 <sup>er</sup> tirage	2 <sup>er</sup> tirage
R	B

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :

$$A_3^1\times A_4^1+A_4^1\times A_3^1=3\times4+4\times3=24$$

Methode2 :  $42-18=24$  possibilités

**Exercice41 : Interrogation2017 3points**

Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.

On tire 2 boules de l'urne simultanément

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ?
- 2) Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair ?
- 3) Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair ?

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments (simultanément) donc le nombre de

tirages possibles est :  $C_7^2=\frac{A_7^2}{2!}=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

**2)** pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair il suffit de tirer 2 boules pairs **ou** tirer 2 boules impairs

Donc : le nombre est :  $C_4^2+C_3^2=\frac{A_4^2}{2!}+\frac{A_3^2}{2!}=\frac{4\times3}{2\times1}+\frac{3\times2}{2\times1}=6+3=9$

Car il Ya 3boules pairs et 4boules impairs

**3)** pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair il suffit de tirer une boule paire **et** tirer une boule impaire :

Donc : le nombre est :  $C_4^1\times C_3^1=4\times3=12$

**Exercice42 : Interrogation2017 1point**

Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois

Combien doit-on organiser de matchs ?

**Solution :** Une rencontre est déterminée par le choix de deux équipes parmi 8

Comme il n'y a qu'un match entre deux équipes

(Pas d'aller-retour), le choix (équipe A, équipe B) est identique au choix (équipe B, équipe A). Il y

a donc  $C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = 28$  rencontres possibles

**Exercice 43: Interrogation2012 3points**

Le bureau d'une association contient 4 hommes et 5 femmes et on souhaite élire un comité de 2 hommes et 3 femmes

1) Combien de comités peut-on élire ?

2) on suppose que le président H1 et Madame la secrétaire F1 doivent être présent

Combien de comités peut-on élire ?

**Solution :1)** Il s'agit d'une situation de combinaisons de 5 éléments dans un ensemble de 9 éléments (simultanément)

Donc le nombre de comités qu'on peut élire est :  $C_4^2 \times C_5^3 = 6 \times 10 = 60$

**2)** le nombre est :  $C_3^2 \times C_4^3 = 3 \times 4 = 12$

**Exercice44 : Interrogation2010 2points**

Une femme a dans sa garde-robe : 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste.

De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

**Solution :**

Cette femme peut s'habiller de

$4 \times 5 \times 3 = 60$  façons

**Exercice45 : Interrogation2011 2points**

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, un d'argent, une de bronze. Combien y-a-t-il de distributions possibles

(Avant la compétition, bien sûr...)?

**Solution :** Un tel podium est un arrangement de 3 athlètes choisis parmi l'ensemble des 18 athlètes (l'ordre compte et il ne peut y avoir de répétition, un athlète ne pouvant remporter deux médailles simultanément). Il existe donc :

$A_{18}^3 = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18!}{15!} = 18 \times 17 \times 16 = 4896$  Podiums différents

**Exercice46 : Interrogation2014 2points**

Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués

Quel est le nombre de choix possibles ?

**Solution :** Les délégués sont choisis sans ordre

Les choix simultanés de 2 délégués parmi les 32 élèves sont au nombre de  $C_{32}^2 = 496$

**Exercice47 : Interrogation2016 2points**

Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

1) Quel est le nombre d'échantillons différents possibles ?

2) Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire ?

3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire ?

**Solution :**

1) Le nombre de d'échantillons différents est égal au nombre de choix de 4 personnes parmi les 30, soit  $C_{30}^4 = 27405$

2) Le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire est égal au nombre de choix de 4 personnes parmi les  $30-12=18$  non célibataires, soit  $C_{18}^4 = 3060$

3) Le contraire de « au moins un célibataire » est « aucun célibataire ».

Le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire est égal au nombre total d'échantillons diminué du nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire. Ces deux nombres ayant été déterminés dans les deux questions précédentes, on conclut que le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire est égal à  $C_{30}^4 - C_{18}^4 = 27405 - 3060 = 24345$

**Exercice 48 : Interrogation 2018 9points (1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)**

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges et 6 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules blanches ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules rouges ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de couleur différentes deux à deux ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirage possible

1) Dans l'urne il ya : 15 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc :  $card(\Omega) = C_{15}^3$

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3!} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 13}{6} = 455$$

2) Dans l'urne il Ya : 4 boules blanches et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Le nombre de tirages contenant trois boules blanches est :

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

3) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules rouges

**OU** tirer 3 boules noires

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$

$$C_4^3 = 4$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :  $4+10+20=34$

5) tirer 3 boules de couleurs différentes deux à deux signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge **ET** tirer 1 boule noire

**ET** c'est : **X**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de couleurs différentes deux à deux est :

$$C_4^1 \times C_5^1 \times C_6^1 = 4 \times 5 \times 6 = 120$$

6) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche **et** 2 boules de couleurs non blanches

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $C_4^1 \times C_{11}^2$

$$C_{11}^2 = \frac{11!}{2!(11-2)!} = \frac{11!}{2!9!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{2!9!} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $4 \times 55 = 220$

**Exercice 49 : Interrogation 2020 4 points (1pt +1pt +1pt+1pt)**

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges et 2 boules noires

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules blanches ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirage possible

1) Dans l'urne il ya : 9 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

$$\text{Donc : } \text{card } \Omega = C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2} = 9 \times 4 = 36$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 36.

2) Dans l'urne il ya : 3 boules blanches et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Le nombre de tirages contenant 2 boules blanches est :

$$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \text{Remarque : } C_n^{n-1} = n \quad \text{et} \quad C_n^1 = n \quad \text{et} \quad C_n^n = 1$$

3) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

**OU** c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_3^2 + C_4^2 + C_2^2$

$$\text{On a : } C_3^2 = 3 \quad \text{et} \quad C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad \text{et} \quad C_2^2 = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $3 + 6 + 1 = 10$

4) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche **et** 1 boules de couleurs non blanches

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $C_3^1 \times C_6^1$

$$\text{On a : } C_3^1 = 3 \quad \text{et} \quad C_6^1 = 6$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $3 \times 6 = 18$



**Exercice 50 : Interrogation 2018 4points (2pt +2pt)**

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges  
On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

**Solution :1)** Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est :  $card \Omega = A_8^2 = 8 \times 7 = 56$

- 2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$$A_3^2 + A_4^2 + A_2^2 = 3 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times 1 = 6 + 12 + 2 = 20$$

**Exercice 51: Interrogation 2018 8points ( 2pt +2pt +2pt+2pt)**

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges et 2 boules noires  
On tire simultanément 2 boules de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules blanches ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

**Solution :1)** Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirage possible

- 1) Dans l'urne il Ya :11 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

$$\text{Donc : } card \Omega = C_{11}^2 = \frac{A_{11}^2}{2!} = \frac{11 \times 10}{2} = 11 \times 5 = 55$$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 55.

- 2) Dans l'urne il Ya :4 boules blanches et on tire simultanément 2 boules de cette urne  
Le nombre de tirages contenant 2 boules blanches est :

$$C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

- 3) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires **OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $C_4^2 + C_5^2 + C_2^2$

$$C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad \text{et} \quad C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad \text{et} \quad C_2^2 = 1$$

**Remarque :**  $C_n^{n-1} = n$  et  $C_n^1 = n$  et  $C_n^n = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :  $6 + 10 + 1 = 17$

- 4) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche **et** 1 boules de couleurs non blanches

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $C_4^1 \times C_7^1$

On a :  $C_4^1 = 4$  et  $C_7^1 = 7$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est :  $4 \times 7 = 28$

**Exercice 52 : Interrogation 2020 4points (2pt +2pt)**

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

**Solution :** 1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 9 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est :  $card \Omega = A_9^2 = 9 \times 8 = 72$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$$A_4^2 + A_5^2 + A_2^2 = 4 \times 3 + 5 \times 4 + 2 \times 1 = 12 + 20 + 2 = 34$$

**Exercice 53 : Interrogation 2021 9points (1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)**

Une urne contient 5 livres de la langue Arabe et 4 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole On tire simultanément 3 livres de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Arabe ?

3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Français ?

4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la même langue ?

5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de chaque langue ?

6) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre d'espagnole exactement ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules Il

y a :  $C_n^p$  tirage possible

**1) Dans l'urne il Ya : 13 livres et on tire simultanément 3 livres de cette urne**

Donc :  $card \Omega = C_{13}^3$

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3!} = \frac{13 \times 6 \times 2 \times 11}{6} = 13 \times 2 \times 11 = 286$$

2) Dans l'urne il Ya : 5 livres de la langue Arabe et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Arabe est :

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

3) Dans l'urne il Ya : 4 livres de la langue Français et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Français est :

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{4!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4 \quad \text{Remarque : } C_n^{n-1} = n$$

4) Tirer trois livres de la même langue signifie : tirer 3 livres de la langue Arabe **OU** tirer 3 livres de la langue Français **OU** tirer 3 livres d'espagnole

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est :  $C_5^3 + C_4^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = 4 \quad \text{et} \quad C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est :  $10 + 4 + 4 = 18$

5) tirer trois livres de chaque langue signifie : tirer 1 livre d'Arabe **ET** tirer 1 livre de français **ET** tirer 1 livre d'espagnole

**ET** c'est : X

Tirer trois livres de chaque langue est :  $C_5^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 5 \times 4 \times 4 = 80$

6) Tirer un livre d'espagnole exactement signifie : un livre d'espagnole **et** 2 livres non espagnole

Le nombre de possibilités de tirer un livre d'espagnole exactement :  $C_4^1 \times C_9^2$

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{2!7!} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre d'espagnole exactement est :  $4 \times 36 = 144$

#### Exercice 54 : Interrogation 2017 9points (1pt +1pt +1pt +2pt +2pt +2pt)

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole

On tire simultanément 3 livres de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Arabe ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Français ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de de même langue ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de chaque langue ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

**Solution :** 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a :  $C_n^p$  tirage possible

1) Dans l'urne il Ya : 12 livres et on tire simultanément 3 livres de cette urne

Donc :  $\text{card}(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 12 \times 11 = 132$$

2) Dans l'urne il Ya : 6 livres de la langue Arabe et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres d'espagnole est :

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 6} = 5 \times 4 = 20$$

3) Dans l'urne il Ya : 3 livres de la langue Français et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Français est :

$$C_3^3 = 1 \quad \text{Remarque : } C_n^n = 1$$

4) Tirer trois livres de la même langue signifie : tirer 3 livres de la langue Arabe **OU** tirer 3 livres de la langue Français **OU** tirer 3 livres d'espagnole

**OU** c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est :  $C_6^3 + C_3^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = 4 \quad \text{et} \quad C_6^3 = 20 \quad \text{et} \quad C_3^3 = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est :  $20 + 1 + 4 = 25$

5) tirer trois livres de chaque langue signifie : tirer 1 livre d'Arabe **ET** tirer 1 livre de français **ET** tirer 1 livre d'espagnole

**ET** c'est : X

Tirer trois livres de chaque langue est :  $C_6^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 6 \times 3 \times 4 = 72$

6) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie : un livre de la langue Français **et** 2 livres **non** Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement :  $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10 \times 9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est :  $3 \times 45 = 135$