

**Série 1 : Exercices LOGIQUE ET RAISONNEMENTS**<http://www.xriadiat.com/>**Devoir libre1 :de préparation pour les devoirs surveillés**

**Exercice1** : Donner la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes

1)  $P$  "( $2 \geq 1$  et  $-1 \in \mathbb{N}$ )"

2)  $Q$  "( $\sqrt{3} \geq 2$  ou  $\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$ )"

3)  $R$  " $\forall x \in \mathbb{R} / 2x \geq 0$ "

4)  $M$  " $\exists x \in \mathbb{R} / 2x - 1 = 3$ "

5)  $N$  " $\forall n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N}$ "

6)  $F$  " $\exists ! x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 1 = 3$ "

7)  $K$  " $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 - x + 3 = 0$ "

**Exercice2** : Donner la valeur de vérité

De la proposition suivante :

$F$  " $\exists ! x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 1 = 3$ "

**Exercice3** : résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation (1):

$$x^2 - |x - 2| + 5 = 0$$

**Exercice4** :  $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$

Montrer que :  $x \neq y \Rightarrow (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$

**Exercice5** : Soient  $a > 0$  et  $b > 0$  Montrer que si

$$\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a} \text{ alors } a = b.$$

**Exercice6** : Montrer que La proposition

$$P: (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}): x^2 + y^2 \geq x + y \text{ est fausse :}$$

**Exercice7** : Montrer que La proposition

$$P: (\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2): \sqrt{a^2 + b^2} = a + b \text{ est fausse :}$$

**Exercice8** : Montrer que La proposition

$$P: (\forall x \in \mathbb{R}^*): x + \frac{1}{x} \geq 2 \text{ est fausse :}$$

**Exercice9** : 1) Montrer que :

$$(\forall (a; b) \in (\mathbb{R}^+)^2): a + b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ et } b = 0$$

2) si  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  Montrer que :

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 1} = 2 \Leftrightarrow x = y = 0$$

**Exercice10** : Montrer par récurrence que : pour

tout entier  $n \geq 5$ :  $2^n \geq 6n$

**Exercice11** : Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}; 10^n - 1$  est divisible par 9

**Exercice12** : Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}; n^3 + 2n \text{ est divisible par 3}$$

**Exercice13** : Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6}.$$

**Exercice14** : Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \times (n+1)^2}{4}.$$

**Exercice15** : Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = (n+1)^2.$$

**Exercice16** : Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}; 7^n - 1 \text{ est divisible par 6}$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

