

QCM DE MATHÉMATIQUES

Répondre en cochant la ou les cases correspondant à des assertions vraies
(et seulement celles-ci).

QCM:Géométrie dans l'espace | 30

Géométrie dans l'espace

Pour ces questions, l'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1 Produit scalaire – Produit vectoriel – Déterminant | Facile |

Question 1

Soit $\vec{u}(1, 1, 1)$, $\vec{v}(1, -1, 0)$ et $\vec{w}(0, 1, 1)$ trois vecteurs. Quelles sont les assertions vraies ?

- \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.
- \vec{v} et \vec{w} sont colinéaires.
- $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est un repère de l'espace.
- $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est un repère orthonormé de l'espace.

Question 2

Soit $A(1, 1, 1)$, $B(0, 1, 1)$ et $C(1, 0, 1)$ trois points. Quelles sont les assertions vraies ?

- A, B et C sont alignés.
- A, B et C forment un triangle d'aire $\frac{1}{3}$.
- A, B et C forment un triangle d'aire $\frac{1}{2}$.
- Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.

2 Aire – Volume | Moyen |

Question 3

Soit $\vec{u}(-1, 1, 1)$, $\vec{v}(0, 1, 2)$ et $\vec{w}(1, 0, -1)$ trois vecteurs. Quelles sont les assertions vraies ?

- L'aire du parallélogramme engendré par \vec{u} et \vec{v} est : $\sqrt{3}$.
- L'aire du parallélogramme engendré par \vec{u} et \vec{v} est : $\sqrt{6}$.
- Le volume du parallélépipède engendré par \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} est 1.
- Le volume du parallélépipède engendré par \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} est 2.

3 Plans | Facile |

Question 4

Soit P le plan passant par $A(1, 1, 0)$ et de vecteur normal $\vec{n}(1, -1, 1)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de P est $x - y + z = 1$.
- Une équation cartésienne de P est $x - y + z = 0$.
- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = t - s \\ y = t \\ z = s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = s \\ z = s - t, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Question 5

Soit P le plan passant par $A(-1, 1, 1)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(0, 1, 1)$ et $\vec{v}(1, 0, 1)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = -1 + s \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + s \\ z = -1 + t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une équation cartésienne de P est $x + y + z = -1$.

<http://www.xriadiat.com>

- Une équation cartésienne de P est $x + y - z = -1$.

Question 6

Soit P le plan passant par les points $A(0, 1, 0)$, $B(1, -1, 0)$ et $C(0, 1, 1)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = s \\ y = 1 - 2s \\ z = t, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = s \\ z = 1 + 2s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une équation cartésienne de P est $2x + z = 1$.
 Une équation cartésienne de P est $2x + y = 1$.

4 Droites de l'espace | Facile |

Question 7

Soit D la droite passant par le point $A(2, -1, 1)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}(-1, 1, 0)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- Une représentation paramétrique de D est :

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \\ z = 1, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation paramétrique de D est :

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \\ z = -t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation cartésienne de D est :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

- Une représentation cartésienne de D est :

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

Question 8

Soit D la droite passant par le point $A(-1, 1, 2)$ et perpendiculaire au plan d'équation cartésienne : $x + y + z = 1$. Quelles sont les assertions vraies ?

Une représentation paramétrique de D est :

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Une représentation paramétrique de D est :

$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Une représentation cartésienne de D est :

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

Une représentation cartésienne de D est :

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

5 Plans – Droites | Moyen |

Question 9

Soit a et b deux réels, D et D' deux droites de représentations paramétriques :

$$D : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 + at, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases} \quad D' : \begin{cases} x = -3 + bt \\ y = -t \\ z = 1 + t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Quelles sont les assertions vraies ?

- D et D' sont parallèles si et seulement si $a = 2$ et $b = 3$.
- D et D' sont parallèles si et seulement si $a = -1$ et $b = -2$.
- D et D' sont orthogonales si et seulement si $a = 1$ et $b = 0$.
- D et D' sont orthogonales si et seulement si $a = 1 - 2b$, $b \in \mathbb{R}$.

Question 10

Soit $P : x + y - z = 0$, $P' : x - y = 2$ et $P'' : y - z = 3$ trois plans. L'intersection de ces trois plans est :

- Vide.
- Une droite.
- Un point.
- Le point de coordonnées $(-3, -5, -8)$.

Question 11

Soit $P : x - y - z = -2$, $P' : x + z = 2$ deux plans et D la droite :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Quelles sont les assertions vraies ?

- $D \subset P'$
- $D = P \cap P'$
- $D \cap P = \emptyset$
- $D \cap P' = \emptyset$

Question 12

Soit $P : x + y - z = 1$, $P' : x + z = -1$ deux plans et Q le plan passant par $A(1, 1, 1)$ et perpendiculaire à P et à P' . Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de Q est $x + 2y - z + 2 = 0$.
- Une équation cartésienne de Q est $x - 2y - z + 2 = 0$.
- Une représentation paramétrique de Q est :

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t - s \\ z = 1 + t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

- Une représentation paramétrique de Q est :

$$\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Question 13

On considère la droite $D : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 + 2t, \quad (t \in \mathbb{R}) \end{cases}$ et le plan P passant par $A(0, 1, 1)$

et perpendiculaire à D . Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de P est $x - y - 2z + 3 = 0$.
- Une équation cartésienne de P est $x - 2y - 2z + 2 = 0$

Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t - 2s \\ z = s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Une représentation paramétrique de P est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t - 2s \\ z = s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Question 14

On considère les deux plans $P : \begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t - s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$ et $P' : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t + s \\ z = 2 + 2s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \end{cases}$

Quelles sont les assertions vraies ?

- $P \cap P'$ est une droite.
- P et P' sont perpendiculaires.
- $P = P'$
- $P \cap P' = \emptyset$

6 Plans – Droites | Difficile |

Question 15

Soit P et P' deux plans non parallèles d'équations : $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ respectivement. Soit $D = P \cap P'$ et Q un plan contenant D . Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de Q est $ax + by + cz + d = 0$.
- Une équation cartésienne de Q est $a'x + b'y + c'z + d' = 0$.
- Une équation cartésienne de Q est de la forme : $\alpha(ax + by + cz + d) + \beta(a'x + b'y + c'z + d') = 0$, où $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $(\alpha a + \beta a', \alpha b + \beta b', \alpha c + \beta c', \alpha d + \beta d') \neq (0, 0, 0, 0)$.
- Si $Q \neq P'$, une équation cartésienne de Q est de la forme : $(ax + by + cz + d) + \alpha(a'x + b'y + c'z + d') = 0$, où $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $(a + \alpha a', b + \alpha b', c + \alpha c', d + \alpha d') \neq (0, 0, 0, 0)$.

Question 16

Soit D la droite d'équations : $\begin{cases} x + z = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$ et P le plan contenant D et perpendiculaire au plan Q d'équation : $x - z + 3 = 0$. Une équation cartésienne de P est :

- $x + z = 1$

- $x + y = 0$
- $y + z = 1$
- $x - y = -1$

Question 17

Soit D la droite d'équations : $\begin{cases} x - y = -1 \\ y - z = 0 \end{cases}$ et P le plan contenant D et parallèle à la droite d'équations $D' : \begin{cases} x + z = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$. Une équation cartésienne de P est :

- $x - z = 1$
- $x - y = 0$
- $y - z = 0$
- $x - y = -1$

Question 18

Soit $(P_n), n \in \mathbb{N}$, la famille de plans d'équations : $n^2x + (2n - 1)y + nz = 3$. On note E l'intersection de ces plans, c'est-à-dire $E = \{M(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; M \in P_n, \forall n \in \mathbb{N}\}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $E = \emptyset$
- E est un plan d'équation $x + y + z = 3$.
- E est une droite d'équation $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ y = -3 \end{cases}$.
- E est le point de coordonnées $(0, -3, 6)$.

Question 19

On considère les droites $D_1 : \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 2z + 1 \end{cases}$ et $D_2 : \begin{cases} y = 3z \\ z = 1 \end{cases}$. Soit P_1 et P_2 des plans parallèles contenant D_1 et D_2 respectivement. Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de P_1 est $3x - y - z + 4 = 0$.
- Une équation cartésienne de P_1 est $4x - y - z + 5 = 0$.
- Une équation cartésienne de P_2 est $4x - y - z + 1 = 0$.
- Une équation cartésienne de P_2 est $3x - y - z + 1 = 0$.

Question 20

Soit $D_1 : \begin{cases} y = x + 2 \\ z = x \end{cases}$, $D_2 : \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = 2x - 1 \end{cases}$ et Δ une droite parallèle au plan (xOy) et rencontrant les droites D_1, D_2 et l'axe (Oz) . Quelles sont les assertions vraies ?

- Une équation cartésienne de Δ est : $\begin{cases} y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ z = 1 \end{cases}$.
- Δ est contenu dans le plan $z = -1$ ou $z = 1$.
- Une équation cartésienne de Δ est : $\begin{cases} y = 0 \\ z = -2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} y = 3x \\ z = 1 \end{cases}$.
- Δ est contenu dans le plan $z = -2$ ou $z = 1$.

7 Distance | Facile |

Question 21

Soit $A(1, 1, 1)$ et P le plan d'équation cartésienne : $x + y + z + 1 = 0$. La distance de A à P est :

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- $\sqrt{3}$
- $\frac{4}{\sqrt{3}}$

Question 22

Soit $A(-1, 1, 0)$ et P le plan passant par $B(1, 0, 1)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(1, 1, 1)$ et $\vec{v}(1, 0, -1)$. La distance de A à P est :

- $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- $\frac{5}{\sqrt{6}}$
- $\sqrt{6}$
- $\frac{4}{\sqrt{6}}$

Question 23

Soit $A(2, 0, 1)$ et D la droite d'équations :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

La distance de A à D est :

- $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{2}$

8 Distance | Moyen |

Question 24

On considère les droites $D_1 : \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 1+t, \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ et $D_2 : \begin{cases} y = 2 \\ x-z = 2 \end{cases}$ La distance

entre D_1 et D_2 est :

0

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}$

Les droites se rapprochent autant que l'on veut sans se toucher.

Question 25

Soit D la droite passant par le point $A(1, -1, 0)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}(1, 1, -1)$. Soit $M(1, -1, 3)$ un point et H le projeté orthogonal de M sur D . Les coordonnées de H sont :

$H(0, 1, 1)$

$H(1, 2, 1)$

$H(0, -2, 1)$

$H(1, -2, 1)$

Question 26

On considère les droites $D_1 : \begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y = -1 \end{cases}$, $D_2 : \begin{cases} x-y+z = -1 \\ x-z = 1 \end{cases}$ et Δ la perpendiculaire commune à D_1 et D_2 . Quelles sont les assertions vraies ?

Une représentation cartésienne de Δ est :

$$\begin{cases} x+5y-4z-5 = 0 \\ x-4y+5z+5 = 0 \end{cases}$$

Une représentation cartésienne de Δ est :

$$\begin{cases} x+7y-4z-7 = 0 \\ x-4y+7z+7 = 0 \end{cases}$$

Δ est contenu dans le plan d'équation $x+5y-4z-5=0$.

Δ est contenu dans le plan d'équation $x-4y+7z+7=0$.

9 Distance | Difficile |

Question 27

Soit $A(1, 1, 1)$ un point, D la droite : $\begin{cases} x = 1+z \\ y = z \end{cases}$ et P un plan contenant D et tel que la

distance de A à P soit égale à $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Une équation cartésienne de P est :

<http://www.xriadiat.com>

- $x + z + 1 = 0$ ou $x + y + 1 = 0$
- $x - z + 1 = 0$ ou $x - y = 0$
- $z = 1$ ou $x = 1$
- $x - z = 1$ ou $x - y = 1$

Question 28

Soit $P_1 : z + 3 = 0$ et $P_2 : 2x + y + 2z - 1 = 0$ des plans et π un plan bissecteur de P_1 et P_2 , c'est-à-dire : $M \in \pi$ si et seulement si M est à la même distance de P_1 et de P_2 . Une équation cartésienne de π est :

- $2x + y - z - 10 = 0$ ou $2x + y + 5z + 8 = 0$
- $x + y - z - 1 = 0$ ou $x + y + z + 1 = 0$
- $2x + y + z + 8 = 0$ ou $2x - y + 5z + 7 = 0$
- $x + y - z - 4 = 0$ ou $x + y + 3z - 8 = 0$

Question 29

Soit E l'ensemble des points situés à la même distance des axes de coordonnées. Quelles sont les assertions vraies ?

- E est une droite.
- E est une réunion de droites.
- $M(x, y, z) \in E \Leftrightarrow x = y = z$
- $M(x, y, z) \in E \Leftrightarrow |x| = |y| = |z|$

Question 30

Soit D la droite : $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 \\ z = -1 - t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$ et P un plan contenant D à une distance de 1 de l'origine. Une équation cartésienne de P est :

- $y = 1$
- $y = 1$ ou $4x + 3y + 12z + 13 = 0$
- $y = 1$ ou $x = 1$
- $x = 1$ ou $y = 1$ ou $z = 1$