

---

## QCM DE MATHÉMATIQUES

---

Répondre en cochant la ou les cases correspondant à des assertions vraies  
(et seulement celles-ci).

---

### QCM:Suites

---

## Suites réelles | 30

### 1 Suites | Facile |

#### Question 1

Soit  $(u_n)$  une suite réelle et  $\ell \in \mathbb{R}$ . Comment traduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$  ?

- $\forall \varepsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, |u_n - \ell| < \varepsilon$
- $\forall \varepsilon > 0, \exists n \in \mathbb{N}, |u_n - \ell| < \varepsilon$
- $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow |u_n - \ell| < \varepsilon$
- $\exists \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow |u_n - \ell| < \varepsilon$

#### Question 2

Soit  $(u_n)$  une suite réelle. Comment traduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  ?

- $\forall A > 0, \forall n \in \mathbb{N}, u_n > A$
- $\forall A > 0, \exists n \in \mathbb{N}, u_n > A$
- $\exists A > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow u_n > A$
- $\forall A > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow u_n > A$

#### Question 3

Soit  $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 1}$  et  $v_n = \frac{2n + 1}{n^2 - 1}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

**Question 4**

Soit  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$  et  $v_n = \cos\left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\pi\right)$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  n'existe pas

**Question 5**

Soit  $u_n = 3^n - 2^n$  et  $v_n = 3^n - (-3)^n$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  n'existe pas

**Question 6**

Soit  $u_n = n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  et  $v_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = e$

**Question 7**

Soit  $u_n = \frac{\cos n}{2n+1}$  et  $v_n = \frac{2n + \cos n}{2n+1}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  n'existent pas
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$

**Question 8**

Soit  $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- La suite  $(u_n)$  est strictement croissante.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$

**Question 9**

Soit  $u_n = \ln(1 + ne^{-n})$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est bornée.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
- La suite  $(u_n)$  est divergente.

**Question 10**

Soit  $u_n = \sqrt[3]{3 + \cos n}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est bornée.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
- La suite  $(u_n)$  est croissante.
- La suite  $(u_n)$  est divergente.

## 8.2 Suites | Moyen |

**Question 11**

Soit  $u_n = \frac{2^{n+1} - 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$  et  $v_n = \frac{n2^{2n} - 3^n}{n2^{2n} + 3^n}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$

**Question 12**

Soit  $u_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$  et  $v_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^n$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^{-1}$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = e^{-1}$
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- La suite  $(v_n)$  est divergente.

**Question 13**

Soit  $u_n = \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\forall \varepsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, |u_n - 2| < \varepsilon$
- $\exists \varepsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, |u_n - 2| < \varepsilon$
- $\forall n \in \mathbb{N}, n > 10 \Rightarrow |u_n - 2| < 10^{-2}$
- $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n > n_0 \Rightarrow |u_n - 2| < \varepsilon$

**Question 14**

Soient  $u_n = \sqrt{n^2 + 4n - 1} - n$  et  $v_n = \frac{4n - 1}{\sqrt{n^2 + 4n - 1} + n}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$

**Question 15**

Soit  $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- Pour tout  $n \geq 1$ , on a  $u_n \leq 2 - \frac{1}{n}$ .
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- La suite  $(u_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq 2$ .

**Question 16**

Soit  $u_n = \sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right)$  et  $v_n = \sin\left(\frac{3}{2n\pi}\right)$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  diverge et la suite  $(v_n)$  converge.
- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont divergentes.
- La suite  $(u_n)$  n'a pas de limite et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ .
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$

**Question 17**

Soit  $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$  et  $v_n = u_n + \frac{1}{n}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- Si les limites existent, alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n < \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .
- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont divergentes.
- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont adjacentes.
- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent vers la même limite finie.

**Question 18** Soit  $(u_n)$  une suite réelle. On suppose

que  $|u_{n+1} - 1| \leq$   
en déduire ?

$\frac{1}{2}|u_n - 1|$  pour tout  $n \geq 0$ . Que peut-on

- La suite  $(u_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- Pour tout  $n \geq 1$ ,  $|u_n - 1| \leq \frac{1}{2^n}|u_0 - 1|$ .
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

**Question 19** Soit  $(u_n)$  une suite réelle. On suppose que  $u_n \geq \sqrt{n}$  pour tout  $n \geq 0$ . Que peut-on en déduire ?

- La suite  $(u_n)$  n'est pas majorée.
- La suite  $(u_n)$  est croissante.
- La suite  $(u_n)$  est convergente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

**Question 20**

Soit  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est croissante non majorée.
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- Pour tout  $n \geq 1$ ,  $u_n = 1 - \frac{1}{n+1}$ .
- $(u_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ .

### 3 Suites | Difficile |

#### Question 21

Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $a > b > 0$ . On pose  $u_n = \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$  et  $v_n = \frac{na^{2n} - b^{2n}}{a^{2n} + b^{2n}}$ .

Quelles sont les bonnes réponses ?

- Les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont divergentes.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $(v_n)$  est divergente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

#### Question 22

Soit  $u_n = \left| \frac{1}{n} - \frac{2}{n} + \frac{3}{n} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}n}{n} \right|$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est monotone.
- Les suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  convergent vers la même limite.
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$

#### Question 23

On considère les suites de termes généraux  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k}$ ,  $v_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^k}{k}$  et  $w_n = \sum_{k=1}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{k}$ .

Quelles sont les bonnes réponses ?

- Les suites  $(v_n)$  et  $(w_n)$  sont convergentes.
- La suite  $(u_n)$  est convergente.
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- L'une au moins des suites  $(v_n)$  ou  $(w_n)$  est divergente.

#### Question 24

Soit  $a > 0$ . On définit par récurrence une suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  par  $u_0 > 0$  et, pour  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + a^2}{2u_n}$ . Que peut-on en déduire ?

- Le terme  $u_n$  n'est pas défini pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n \geq a$ , et  $(u_n)_{n \geq 1}$  est décroissante.
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|u_{n+1} - a| \leq \frac{|u_1 - a|}{2^n}$ .
- La suite  $(u_n)$  est divergente.

**Question 25** Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites réelles. On suppose que  $(v_n)$  est croissante non majorée et que  $v_n < u_n$  pour tout  $n \geq 0$ . Que peut-on en déduire ?

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n < \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- La suite  $(u_n)$  est divergente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \leq u_0$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

**Question 26** Soit  $(u_n)$  une suite croissante. On suppose que  $u_{n+1} - u_n \leq$   
en déduire ?

$\frac{1}{2^n}$  pour tout  $n \geq 0$ . Que peut-on

- $(u_n)$  est divergente.
- $(u_n)$  est bornée et  $u_0 \leq u_n \leq u_0 + 2$ .
- $(u_n)$  est convergente et  $u_0 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq u_0 + 2$ .
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

**Question 27**

Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  la suite définie par  $u_0 \geq 0$  et  $u_{n+1} = \ln(1 + u_n)$ . Que peut-on en déduire ?

- Une telle suite  $(u_n)$  n'existe pas.
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \geq 0$ , et  $(u_n)$  est décroissante
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

**Question 28** Soit  $(u_n)$  une suite croissante. On suppose que  $0 \leq u_{n+1} \leq$   
sont les bonnes réponses ?

$\frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2^n}$  pour tout  $n \geq 0$ . Quelles

- $(u_n)$  est majorée.
- $(u_n)$  est divergente.
- $(u_n)$  est convergente et  $0 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq 2$ .
- $u_n = 0$  pour tout  $n \geq 1$ .

**Question 29** Soit  $(u_n)$  une suite croissante. On suppose que  $u_n +$   
sont les bonnes réponses ?

$\frac{1}{n+1} \leq u_{n+1}$  pour tout  $n \geq 0$ . Quelles

- $(u_n)$  est majorée.
- $(u_n)$  est divergente.
- $(u_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \geq 0$ .
- $u_n = 0$  pour tout  $n \geq 1$ .

**Question 30**

On admet que  $\forall x \in [0, 1[, \ln(1+x) \leq x \leq -\ln(1-x)$ . Soit  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ ,  $n \geq 1$ . Quelles sont les bonnes réponses ?

- La suite  $(u_n)$  est croissante non majorée.
- Pour tout  $n \geq 1$ ,  $\ln\left(\frac{2n+1}{n+1}\right) \leq u_n \leq \ln(2)$ .
- $(u_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ln(2)$ .
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$