

TD : FONCTIONS PRIMITIVES

Exercice1 : Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$

par : $f(x) = 2x^2 + x + 1 + \frac{1}{x^2}$

1) Déterminer les fonctions primitives de la fonction f sur $]0; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive de la fonction f sur $]0; +\infty[$ tel que : $F(1) = 3$

Exercice2 : (situation directe): Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 5x^4 + 3x + 1$ 2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x + \sin x - 1$

3) $f(x) = \sin x + x \cos x$ 4) $f(x) = (2x - 1)^3$

5) $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)^2}$ 6) $f(x) = 5x\sqrt[3]{3x^2 + 1}$

7) $f(x) = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x)^4}$ 8) $f(x) = 7x \cos(\pi x^2 + 3)$

Exercice3 : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{2}{x^2 + 2x + 4}$ 2) $f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$

Exercice4 : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{2}{4x^2 + 4x + 1}$ 2) $f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$

Exercice5 : Soit la fonction f définie par :

$f(x) = 2x + 1$ si $x \leq 1$

$f(x) = 2x - 1$ si $x > 1$

Montrer que la fonction f n'admet pas de primitive sur \mathbb{R}

Exercice6 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions :

1) $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1}$ 2) $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt[3]{2 + \cos x}}$

3) $f(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x$ 4) $f(x) = (4x + 5)^2$

5) $f(x) = 2\sqrt{2x + 1}$

6) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

7) $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

8) $f(x) = \tan^2 x$

9) $f(x) = \cos^4 x$ (utiliser : $\cos^2 x = (1 + \cos 2x)/2$)

10) $f(x) = \sin^3 x$ (Remarquer que : $\sin^3 x = \sin x \sin^2 x$)

Exercice7: Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$

par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$

1) Déterminer les réels a et b tels que :

$f(x) = a + \frac{b}{(x + 1)^2} \quad \forall x \in [0; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur $[0; +\infty[$ tel que : $F(1) = \frac{5}{2}$

Exercice8: Soit la fonction f définie sur $[1; +\infty[$

par : $f(x) = x\sqrt{x - 1}$

1) montrer que : $f(x) = \sqrt{(x - 1)^3} + \sqrt{x - 1} \quad \forall x \in [1; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur $[1; +\infty[$ tel que : $F(2) = 1$

Exercice9: Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$f(x) = \frac{5x^4 + 40x^2 + 20x + 80}{(x^2 + 4)^2}$

1) Déterminer les réels a et b et c tels que :

$f(x) = \frac{ax + b}{(x^2 + 4)^2} + c \quad \forall x \in \mathbb{R}$

2) Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur \mathbb{R} tel que : $F(0) = c$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron

Dit un proverbe.

