Région CASABLANCA - SETTAT

2017 (SESSION NORMALE)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt+2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $5x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $5x^2 - 11x + 2 \prec 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$

4)La hauteur réelle de la Tour Eiffel est de 324m
Si vous savez que sa hauteur sur un dessin est de 6,48, quelle est l'échelle de ce dessin ?

Exercice2 : 7points (0.5pt +1pt+1.5pt+1.5pt+1pt+1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

1) Déterminer le domaine de définition de f : D_f

2) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 4(x-2)$

4) Donner le tableau de variations de f

5) Calculer : $f(1)$ *et* $f(3)$

6) Tracer la courbe (C_f) de f

Exercice3 : 1points (0.5pt +0.5pt)

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+1}{x^3-1}$ 2) $\lim_{x \to 0} \frac{x}{x^2 - x}$

Exercice4 : 4points (1pt +1.5pt+1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 2 - \frac{3}{4}n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r = -\frac{3}{4}$

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Exercice5 : 2points (1pt +1pt)

1) calculer **:** A_7^2 *et* C_7^2

2)Une urne contient 2 boules blanches et 1boules rouges et 4 boules vertes
On tire au hasard **2** boules successivement et sans remise
Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega = ?$)

Solution :

Exercice1 :1) Calculons le discriminant de l'équation $5x^2-11x+2=0$: a = 5, b =-11 et c = 2

Donc : Δ = b² – 4ac = (-11)² – 4 x 5x 2 = 121-40=81

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{11+\sqrt{81}}{2\times5}=\frac{11+9}{10}=\frac{20}{10}=2$ et $x_2=\frac{11-\sqrt{81}}{2\times5}=\frac{11-9}{10}=\frac{1}{5}$

Donc : $S=\left\{\frac{1}{5};2\right\}$

2) $5x^2-11x+2\prec0$

Les racines sont : $x_1=2$ et $x_2=\frac{1}{5}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$1/5$		2		$+\infty$
$5x^2-11x+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left]\frac{1}{5};2\right[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}3x+y=5\\5x+2y=11\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases}3x+y=5\\5x+2y=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6x-2y=-10 & (1)\ \times-2\\5x+2y=11 & (2)\end{cases}$$

$(2)+(1)\quad -6x-2y+5x+2y=-10+11$

Équivaut à : $-x=1$

Équivaut à : $x=-1$ et on remplace dans : $3x+y=5$

Équivaut à : $-3+y=5$

Équivaut à : $y=5+3=8$ Donc : $S=\{(-1,8)\}$

4) La hauteur réelle de la Tour Eiffel est de :324m=32400 cm

Soit : e l'échelle de ce dessin

Donc : $e\times6.48=32400$

Donc : $e=\frac{32400}{6.48}=5000$ Donc : L'échelle de ce dessin est 5000

Exercice2: 1) $f(x)=2x^2-8x+6$

On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2-8x+6=\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}2x^2-8x+6=\lim\limits_{x\to-\infty}2x^2=+\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(2x^2-8x+6\right)'=2\times2x-8+0=4x-8=4(x-2)$

4) $f'(x)=0\Leftrightarrow4(x-2)=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x-2=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x)=4x-8$ $a=4\succ 0$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$4x-8$	$-$ 0 $+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-2	↗ $+\infty$

$f(2)=2\times 2^2-8\times 2+6=8-16+6=-2$

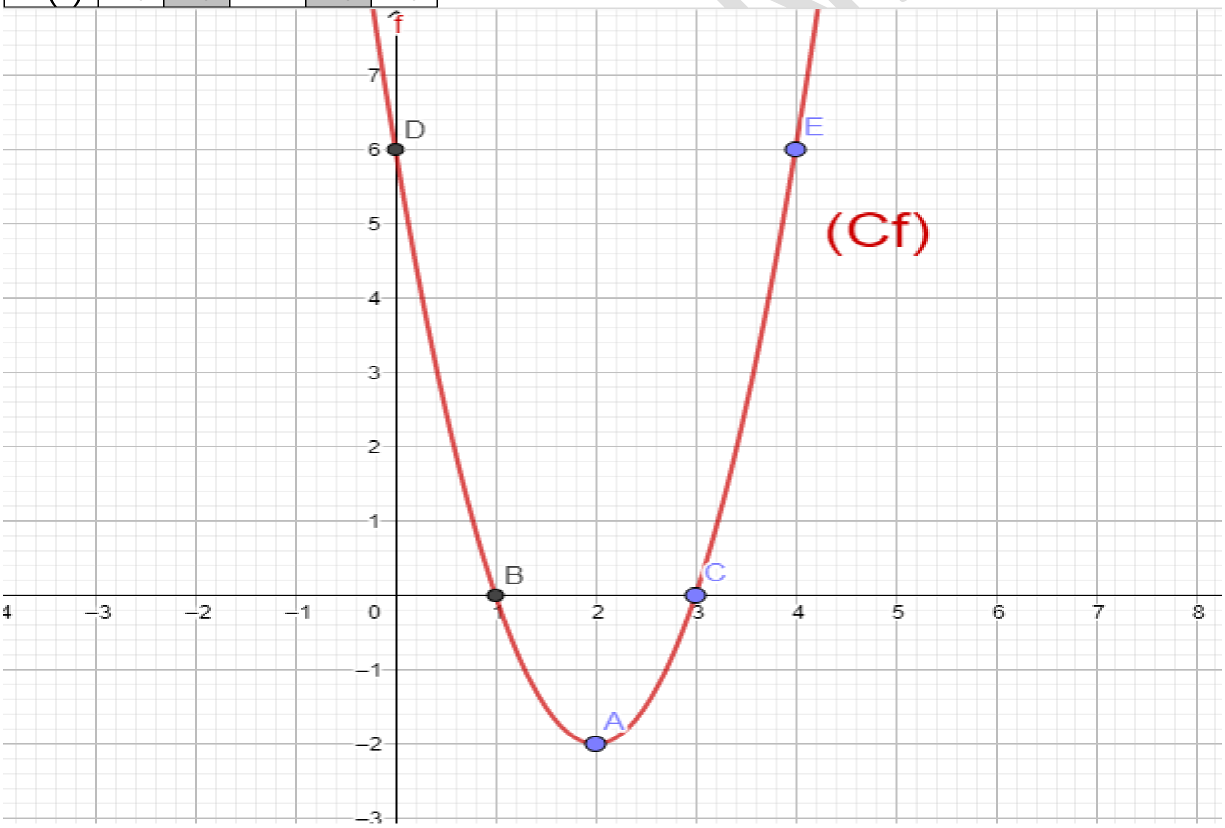
5) $f(1)=2\times 1^2-8\times 1+6=2-8+6=0$

$f(3)=2\times 3^2-8\times 3+6=18-24+6=0$

6) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	0	1	2	3	4
f(x)	6	0	-2	0	6



Exercice3 :1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{x^3-1}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^3-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\times x}{x\times x\times x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x^2-x}$

On a : $\lim_{x\to0} x = 0$ et $\lim_{x\to0} x^2 - x = 0-0=0$

Donc Formes indéterminée : $"\frac{0}{0}"$

$$\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x} = \lim_{x\to0}\frac{x\times1}{x(x-1)} = \lim_{x\to0}\frac{1}{x-1} = \frac{1}{0-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

Exercice4 :1) $u_n = 2-\frac{3}{4}n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 2-\frac{3}{4}\times0 = 2-0 = 2$ et $u_1 = 2-\frac{3}{4}\times1 = 2-\frac{3}{4} = \frac{8}{4}-\frac{3}{4} = \frac{8-3}{4} = \frac{5}{4}$

2) $u_{n+1}-u_n = \left(2-\frac{3}{4}(n+1)\right)-\left(2-\frac{3}{4}n\right) = 2-\frac{3}{4}n-\frac{3}{4}-2+\frac{3}{4}n = -\frac{3}{4}$

Donc : $u_{n+1}-u_n = -\frac{3}{4} = r \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = -\frac{3}{4}$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0+u_1+\cdots+u_{20} = (20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$

Calculons : $u_{20} = ?$

On a : $u_n = 2-\frac{3}{4}n$ donc : $u_{20} = 2-\frac{3}{4}\times20 = 2-3\times5 = 2-15 = -13$

$$S = 21\frac{2+(-13)}{2} = 21\frac{-11}{2} = -\frac{231}{2}$$

Exercice5 :1) $A_7^2 = 7\times6 = 42$ et $C_7^2 = \frac{A_7^2}{2!} = \frac{7\times6}{2\times1} = 21$

2) Il s'agit clairement d'une situation d’arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_7^2 = 7\times6 = 42$