

Région CASABLANCA - SETTAT

2018(Session Normale)

Exercice1 :1points

Un salarié dans une entreprise reçoit un salaire mensuel de 10 000DH, et après une période de travail, il bénéficie d'une augmentation de son salaire, et il reçoit 1 0300 DH
Déterminer le Pourcentage d'augmentation de son salaire

Exercice2 :3points (1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0 = 81$ et $u_1 = 27$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = \frac{1}{3}$

2) Calculer u_2

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n

Exercice3 :9points (0.75pt +1pt+1.5pt+1.5pt +0.75pt+0.5pt+1pt+2pt)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

2) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = 3(x-1)(x+1)$

4) Etudier le signe de $f'(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

5) Donner le tableau de variations de f

6) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = (x-1)^2(x+2)$

7) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

8) Tracer la courbe (C_f) .

Exercice4 :3points (1pt +1pt+1pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules Noires

On tire au hasard 2 boules successivement et avec remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card \Omega = ?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :

Exercice1 : Le salaire a augmenté de (en %) :

$$P_1 = \frac{10300 - 10000}{10000} \times 100 = \frac{300}{10000} \times 100 = 3\%$$

Soit une augmentation de : 3 %

Exercice2 : 1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(u_n)_n$

$$\text{Donc : } u_1 = qu_0$$

$$\text{Donc : } 27 = q \times 81$$

$$\text{Donc : } q = \frac{27}{81} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

2) On a : $u_2 = qu_1$

$$\text{Donc : } u_2 = \frac{1}{3} \times 27 = \frac{27}{3} = 9$$

3) u_n en fonction de n ?

Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

$$\text{Alors on a : } u_n = u_0 \times q^n$$

$$\text{Donc : } u_n = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

4) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n

$$S = \left(\text{le premier terme dans la somme}\right) \frac{1 - \text{raison}^{(\text{le nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$$

$$\text{le nombre de termes} = n - 0 + 1 = n + 1$$

$$S = u_0 \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = 81 \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}} = 81 \times \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = \frac{243}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$$

Exercice3 : 1) $f(x) = x^3 - 3x + 2$

$$f(0) = 0^3 - 3 \times 0 + 2 = 0 - 0 + 2 = 2$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \times 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3 \times (-1) + 2 = -1 + 3 + 2 = 4$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 3x + 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 3x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$3) \forall x \in \mathbb{R} f'(x) = (x^3 - 3x + 2)' = 3x^2 - 3 + 0 = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x^2 - 1^2) = 3(x - 1)(x + 1)$$

$$4) f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x+1=0$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-1$$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x) = 3x^2 - 3$ $a=3 > 0$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$3x^2-3$	+	0	-	0	+

5) Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 4	↘ 0	↗ $+\infty$	

6) Vérifions que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = (x-1)^2(x+2)$

$$\begin{aligned} (x-1)^2(x+2) &= (x^2-2x+1)(x+2) \\ &= x^3 + 2x^2 - 2x^2 - 4x + x + 2 \\ &= x^3 - 3x + 2 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Donc : $(x-1)^2(x+2) = f(x)$

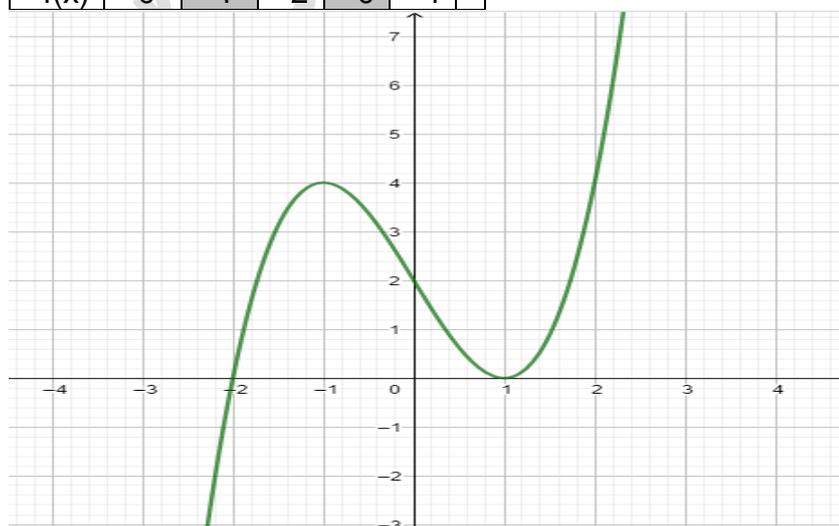
7) les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation : $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \text{ ou } x+2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x-1 = 0 \text{ ou } x+2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$

les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont : $x = 1$ et $x = -2$

7) La courbe (C_f) : Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	4	2	0	4



Exercice4 :1)

1 ^{ier} tirage	2 ^{er} tirage
7	7

Le nombre de tirages possibles est : $\text{card}\Omega = 7 \times 7 = 7^2 = 49$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules Noires **OU** c'est : +

1 ^{ier} tirage	2 ^{er} tirage
B 3	B 3

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

3) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule Noire **ET** c'est : **X** mais attention à l'ordre

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : $3 \times 4 + 4 \times 3 = 12 + 12 = 24$

Methode2 : $49 - 25 = 24$ possibilités