Région de chawia wardira
2014(Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +1pt +2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 8x + 12 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 8x + 12 \prec 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

4)Les femmes constituent un pourcentage de 52% de la population d'un village
Si vous savez que le nombre total d'habitants de ce village est 550
Calculer le nombre de femmes dans ce village

Exercice2 : 4points (1pt +1.5pt+1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de premier terme : $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{19}$

Exercice3 : 8points (1pt +2pt +1pt+1pt+1.5pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 1$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

3) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

4) a) calculer : $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ avec f' la fonction dérivée de f

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire que f est croissante sur D_f

5)Vérifier que : $f'(0) = 0$ et montrer que : $y = 1$ c'est l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

6) Donner le tableau de variations de f sur D_f

7) Tracer la courbe (C_f) et la droite : $(D): y = 1$ dans le même repère

Exercice4 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 9 boules numérotées :
3 boules portent le numéro 2 et 6 boules portent le numéro 3
On tire 2 boules de l'urne simultanément
1. Montrer que le nombre de tirages possibles est 36
2. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 ?

Solution :

Exercice1 :1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 8x + 12 = 0$: a = 1, b =-8 et c = 12
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1 = \frac{8+\sqrt{16}}{2\times1} = \frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$ et $x_2 = \frac{8-\sqrt{16}}{2\times1} = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$

2) $x^2 - 8x + 12 \prec 0$
Les racines sont : $x_1 = 6$ et $x_2 = 2$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$x^2-8x+12$		+	0	−	0	+	

D'où : $S =]2;6[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x - 2y = -12 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$
Donc : $(2)+(1)$ $-2x - 2y + 2x - 3y = -12 + 2$
Équivaut à : $-5y = -10$
Équivaut à : $y = \frac{-10}{-5} = 2$ et on remplace dans : $x + y = 6$
Équivaut à : $x + 2 = 6$ C'est à dire : $x = 6 - 2 = 4$
Donc : $S = \{(4,2)\}$
4)Le pourcentage des femmes est : 52%
Donc Le nombre de femmes est : $F = 550 \times \frac{52}{100} = 286$

Exercice2 :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$ Alors : $u_1 = u_0 + r = 4 + 10 = 14$ et $u_2 = u_1 + r = 14 + 10 = 24$

2) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$
Alors : $u_n = u_0 + nr$
Donc : $u_n = 4 + 10n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{19} = 4 + 10 \times 19 = 4 + 190 = 194$
3) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{19}$

$$S = (le\ nombre\ de\ termes)\frac{le\ premier\ terme + le\ dernier\ terme}{2}$$

$le\ nombre\ de\ termes = 19 - 0 + 1 = 20$

Donc : $S = 20\frac{u_0 + u_{19}}{2} = 10(4 + 194) = 10 \times 198 = 1980$

Exercice3 : 1) $f(x)=x^3+1$

On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^3+1=\lim_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3+1=\lim_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

3) Calcul de : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

On a : $f(x)=x^3+1$

Donc : $f(0)=0^3+1=0+1=1$ et $f(1)=1^3+1=1+1=2$ et $f(-1)=(-1)^3+1=-1+1=0$

4) a) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=(x^3+1)'=3x^2+0=3x^2$

b) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=3x^2\geq 0$

Donc : f est une fonction croissante dans $\mathbb{R}$

5) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=3x^2$

Donc : $f'(0)=3\times 0^2=3\times 0=0$

L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(D): y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(D): y=f(0)+f'(0)(x-0)$

On a : $f(0)=1$ et $f'(0)=0$

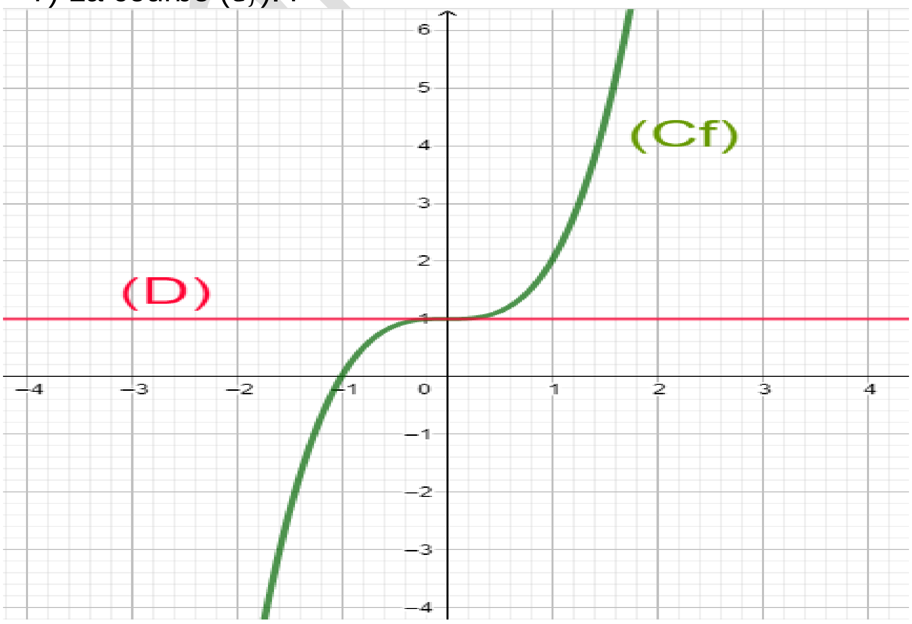
Donc : $(D): y=1+0(x-0)$

Donc : $(D): y=1$

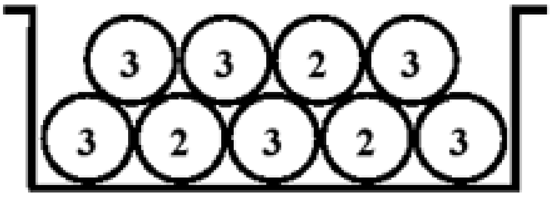
6) le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

7) La courbe (C_f). :



Exercice4 :



1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 9 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est : $C_9^2=\frac{A_9^2}{2!}=\frac{9\times 8}{2\times 1}=\frac{72}{2}=36$

2)Pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 il suffit de tirer 1 boules qui porte le numéro 2 et tirer 1 boule qui porte le numéro 3

Donc : le nombre est : $C_3^1\times C_6^1=3\times 6=18$