Devoir surveillé 2 de Mathématiques

Classe : 1Bac.Sc.Ex.F

Exercice 1 En rapportant le plan au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, et considérons les points : $A(2,1)$; $B(4,3)$ et $C(3-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, puis déduire la nature du triangle ABC.
2. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle défini par l'équation cartésienne suivante :

$$(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

   Considérons (Δ) la droite défini par : $(\Delta) : mx + y - 7m = 0$ où m est un paramètre réel.

   (a) Déterminer les coordonnés du centre Ω et le rayon R du cercle $(\mathcal{C})$.

   (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

   (c) Déterminer la valeur de m pour que (Δ) soit perpendiculaire à (AB).

   (d) Calculer $d(\Omega, (\Delta))$, puis déduire les valeurs de m pour que la droite (Δ) soit tangente à $(\mathcal{C})$ en déterminant leur point commun.
3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C}')$ de diamètre $[AB]$.
4. Vérifier que C est à l'extérieur de $(\mathcal{C}')$
5. Donner les équations cartésiennes des tangentes à $(\mathcal{C}')$ passant par le point C.

Exercice 2 Soient ABC un triangle et I le milieu du segment $[BC]$ et G le barycentre des points pondérés $(A, -2)$; $(B, 1)$ et $(C, -1)$.

1. (a) Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ puis construire la figure.

   (b) En déduire que $AGCI$ est un parallélogramme.
2. Soit K le point d'intersection des droites (CG) et (AB).

   (a) Écrire G comme barycentre de C et K avec des coefficients à déterminer.

   (b) En déduire que G est le milieu du segment $[CK]$ et que $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KB}$.
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

Exercice1 : 12.5 points

Exercice2 : 7.5 points