

DL N°4 : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°2 sur la leçon suivante :

L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Exercice1 : Simplifier $a \in \mathbb{R}^*$

$$A = (\sqrt{2})^{-2} \times (\sqrt{2})^2 \times (-\sqrt{2})^{-5} \times (\sqrt{2})^3$$

$$B = \frac{a^{-2} \times (-a)^5}{-a \times a^{-4}} \times \frac{a^{-1} \times (a^{-2})^5}{((-a)^4)^{-2}}$$

$$C = \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^6 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^3 \quad D = \left(\frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25}\right)^2 \times \frac{2^8}{10^2 \times 5}$$

Exercice2 : $a \in \mathbb{R}^*$; $b \in \mathbb{R}^*$ On considère le

nombre : $C = \frac{(ab^2)^3 \times a^4 b^2}{(ab)^5}$

- 1) Calculer et simplifier C
- 2) Ecrire C sous la forme d'une puissance de base 10 sachant que ; $a = \frac{1}{10}$ et $b = 100$.

Exercice3 : Soit $E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$

Montrer que : E est nombre entier relatif

Exercice4 : Calculer et simplifier :

$$A = \frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}$$

Exercice5 : $x \in \mathbb{R}$ Développer et calculer et simplifier :

$$A = (x\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - x\sqrt{2}) \quad B = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^3 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^3$$

$$C = (3x + \sqrt{2} - \sqrt{5})(3x + \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

Exercice6 : $a \in \mathbb{R}$ On pose : $A = (a+1)^2 - (a-1)^2$

- 1) Développer et calculer et simplifier A
- 2) En déduire une simplification du nombre : $(999999)^2 - (999997)^2$

Exercice7 : Factoriser les expressions suivantes :

$x \in \mathbb{R}$

- 1) $A = 100x^2 - 1$
- 2) $B = 4x^2 - 4x + 1$
- 3) $C = 8x^3 - 125$

$$4) D = (x+2)(2x-3) + 6(x^2-4) \quad 5)$$

$$E = x^3 + 8 + (x+2)(2x-3) - 2(x^2-4)$$

$$6) L = 4x^2 - 4x\sqrt{5} + 5 + (1-2x)(2x-\sqrt{5}) \quad 7)$$

$$K = (x-2)(3x-4) + x^3 - 8 \quad 8)$$

$$U = a^2 - a - x^2 + x$$

Exercice8 : Ecrire les expressions suivantes sous la forme : $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$

- 1) $11 + 6\sqrt{2}$
- 2) $6 + 4\sqrt{2}$
- 3) $9 - 4\sqrt{5}$
- 4) $3 - 2\sqrt{2}$

Exercice9 : On pose : $B = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

- 1) Déterminer le signe de B
- 2) Calculer B^2 .
- 3) En déduire une écriture simple de B .

Exercice10 : On pose : $a = \sqrt{19+6\sqrt{10}}$ et $b = \sqrt{19-6\sqrt{10}}$

- 1) Montrer que : $a \times b = 1$
- 2) On pose : $u = a+b$ et $v = a-b$
Calculer : u^2 et v^2
- 3) En déduire une écriture simple de u et v
- 4) En déduire une écriture simple de a et b

Exercice11 : Montrer que : $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

Exercice12 : On pose :

$$A = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

Montrer que : $A \in \mathbb{N}$

Exercice13 : $n \in \mathbb{N}^*$

- 1) Déterminer les nombres a et b tels que :

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$$

- 2) En déduire la valeur du nombre :

$$A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{2020 \times 2021}$$