voici quelques limites à chercher.ce sont toutes des formes indéterminées.et on se limite (ha,ha) aux fonctions polynômes,rationnelles (quotient de deux polynômes) ou comportant des racines carrées

lmites en ∞:

pour lever ces formes indéterminées voici quelques conseils:

tout d'abord pensez à la loi du plus fort .repérez le terme le plus fort et mettez le en facteur.ça marche souvent (comme les facteurs d'ailleurs)

si ça ne permet pas de conclure essayez de transformer l'expression (mise au même dénominateur,expression conjuguée quand on a des racines ....)

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x-1}{x-1}$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1000}{x^2+x}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{x^2+x+1}-x$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{2x^2-1}-\dfrac{x^2}{x+1}$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2}{2x+1}-\dfrac{(2x-1)(3x^2+x+2)}{4x^2}$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x+1)^{10}+(x+2)^{10}+........+(x+100)^{10}}{x^{10}+100^{10}}$
7. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+5}}{x-4}$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x-1}-2x$
9. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x-1}-x$
10. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+\sqrt{x^4+5}}-x$
11. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-x\sqrt{x}$
12. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2+3}$
13. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+4}+2x-\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+\sqrt{x^2+x+7}}$
14. pour les courageux : $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}-x\sqrt{2}$
15. et aussi : $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x+\sqrt{x}}$

limites en a (réel)

il faut bien comprendre que l'on ne traite pas ces limites comme en ∞.

la forme indéterminée n'est pas dûe à des termes qui deviennent grands .

ici la forme indéterminée est dûe à des termes qui tendent vers 0.donc inutile de se braquer sur les plus grands exposants .

si par exemple x tend vers 2 ,on aura intérêt à faire apparaitre des termes du style $x-2$ (en particulier lorsqu'on a affaire à des polynômes qui ont comme racine 2) et à essayer de les simplifier .

il faut également parfois transformer l'expression (mise au même dénominateur ,expression conjuguée avec des racines carrées) avant de pouvoir conclure .

enfin ,pour certaines limites , il faudra traiter la limite à gauche ou à droite voire les deux .

1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$
2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^3-8}$
3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{(x-2)(x+3)} - \dfrac{1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{x(x-2)^2} - \dfrac{1}{x^2-3x+2}$
5. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x^2-4}$
6. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-3x+2}$
7. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$
8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-4}+x-2}{x^2-3x+2}$
9. vous êtes parvenu là sans forcer....trés bien : $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}{1-\sqrt{2-\sqrt{\dfrac{1}{5-2x}}}}$

Correction de l'exercice

— certaines limites sont largement trop dures en vue du baccalauréat.il est cependant intéressant de suivre le calcul et d'essayer de comprendre la méthode sans se laisser absorber par la technique —

lmites en ∞:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1000}{x^2+x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{x^2+x+1} - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^2-x}{x^2+x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^2}{x^2} = -1$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{2x^2-1} - \dfrac{x^2}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^4+x^3+x^2}{(2x^2-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^4}{2x^3}$
$= \lim\limits_{x\to+\infty} -\dfrac{x}{2} = -\infty$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2}{2x+1} - \dfrac{(2x-1)(3x^2+x+2)}{4x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} -\dfrac{4x^3+5x^2-x-2}{4(2x+1)x^2}$
$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-4x^3}{8x^3} = -\dfrac{1}{2}$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x+1)^{10}+(x+2)^{10}+........+(x+100)^{10}}{x^{10}+100^{10}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{100x^{10}}{x^{10}} =$ 100
7. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+5}}{x-4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}\sqrt{1+\dfrac{5}{x}}}{x(1-\dfrac{4}{x})} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1+\dfrac{5}{x}}}{\sqrt{x}(1-\dfrac{4}{x})} = 0$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x-1} - 2x = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}} - 2\right) = -\infty$
9. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x-1} - x = \lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+x-1}-x)\dfrac{\sqrt{x^2+x-1}+x}{\sqrt{x^2+x-1}+x}$
$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x-1-x^2}{\sqrt{x^2+x-1}+x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x(1-\dfrac{1}{x})}{x(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}+1)} = \dfrac{1}{2}$
10. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+\sqrt{x^4+5}} - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x^2\sqrt{1+\dfrac{5}{x^2}}} - x$
$= \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{1+\sqrt{1+\dfrac{5}{x^2}}} - 1\right) = +\infty$
11. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1} - x\sqrt{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}} - \sqrt{x}\right) = -\infty$

-

12. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2+3} = \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2+3})\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2+3}}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+2x-x^2-3}{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2+3}} = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x(2-\frac{3}{x})}{x(\sqrt{1+\frac{2}{x}}+\sqrt{1+\frac{3}{x^2}})} = 1$

13. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+4}+2x-\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+\sqrt{x^2+x+7}} = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x(\sqrt{1+\frac{4}{x^2}}+2-\frac{1}{\sqrt{x}})}{x(1+\frac{2}{\sqrt{x}}+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{7}{x^2}})} =$

$\dfrac{3}{2}$

14. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}-x\sqrt{2} = \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}-x\sqrt{2})\dfrac{\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}+x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}+x\sqrt{2}}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+\sqrt{x^4+1}-2x^2}{\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}+x\sqrt{2}} = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{-x^2+\sqrt{x^4+1}}{\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}+x\sqrt{2}}\dfrac{x^2+\sqrt{x^4+1}}{x^2+\sqrt{x^4+1}}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}+x\sqrt{2})(x^2+\sqrt{x^4+1})} = 0$

15. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x+\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} - \sqrt{x+\sqrt{x}})\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

$\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}-x-\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x+\sqrt{x}})(\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x})}$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^3}}}}+\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}}})(\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}}}+1)} = \dfrac{1}{4}$

arrêtons là car la folie nous guette

— limites en a (réel) —

1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-1}{x+2} = \dfrac{1}{4}$ (on factorise par $x-2$ ......)

2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^3-8} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+3}{x^2+2x+4} = \dfrac{5}{12}$

3. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{(x-2)(x+3)} - \dfrac{1}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-x-2}{(x-2)(x+3)} = -\infty$

4. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{x(x-2)^2} - \dfrac{1}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1}{x(x-2)^2} - \dfrac{1}{(x+1)(x-2)}$
$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-x^2+3x-1}{(x+1)(x-2)^2 x} = +\infty$

5. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{(x-2)x}}{(x-2)(x+2)} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}(x+2)} = +\infty$

6. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{(x-1)(x-2)}$
$= \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-2}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x}+\sqrt{2})} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

7. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}\dfrac{\sqrt{4x+1}+3}{\sqrt{4x+1}+3}$
$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4(x-2)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \dfrac{1}{6}$

8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-4}+x-2}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x-2}\sqrt{x+2}+x-2}{(x-2)(x+1)}$
$= \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}(x+1)} + \dfrac{1}{x+1} = +\infty$

9. pour cette limite ,on va employer des quantités conjuguées(numérateurs et dénominateurs)

$$\lim_{x\to 2} \frac{1-\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}{1-\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}} = \lim_{x\to 2} \frac{1-\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}{1-\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-1+\sqrt{7-3x}}{-1+\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}} \text{(cette 2ème fraction tend vers 1)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-1+\sqrt{7-3x}}{-1+\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}\frac{1+\sqrt{7-3x}}{1+\sqrt{7-3x}}\frac{1+\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}{1+\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}$$

$-$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{6-3x}{-1+\frac{1}{5-2x}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}=\lim_{x\to 2}\frac{3(2-x)}{\frac{-4+2x}{5-2x}}\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-3}{2}(5-2x)\frac{1+\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{5-2x}}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{7-3x}}}=\frac{-3}{2}$$

belle limite n'est ce pas?