Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2014(Session Normale)

Exercice1 : 4points (1pt +1pt +2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 5x + 6 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

3) Déterminer x et y tel que : $\begin{cases} 7x - 5y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Exercice2 : 3points (1pt +1pt +1pt)

1)Un propriétaire de magasin a réduit le prix d'une chemise de 30% pour que son prix après la réduction soit de 140DH

Calculer le prix de la chemise avant la réduction

2)Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires

On tire successivement et sans remise 3 boules de cette urne.

a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?

Exercice3 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -3$et $u_{10} = -20$

1) Vérifier que : $u_0 = 10$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(v_n)_n$ une suite géométrique et déterminer sa raison

Exercice4 : 9points (1pt +2pt +2pt +1pt+ +1pt +1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(-1)$

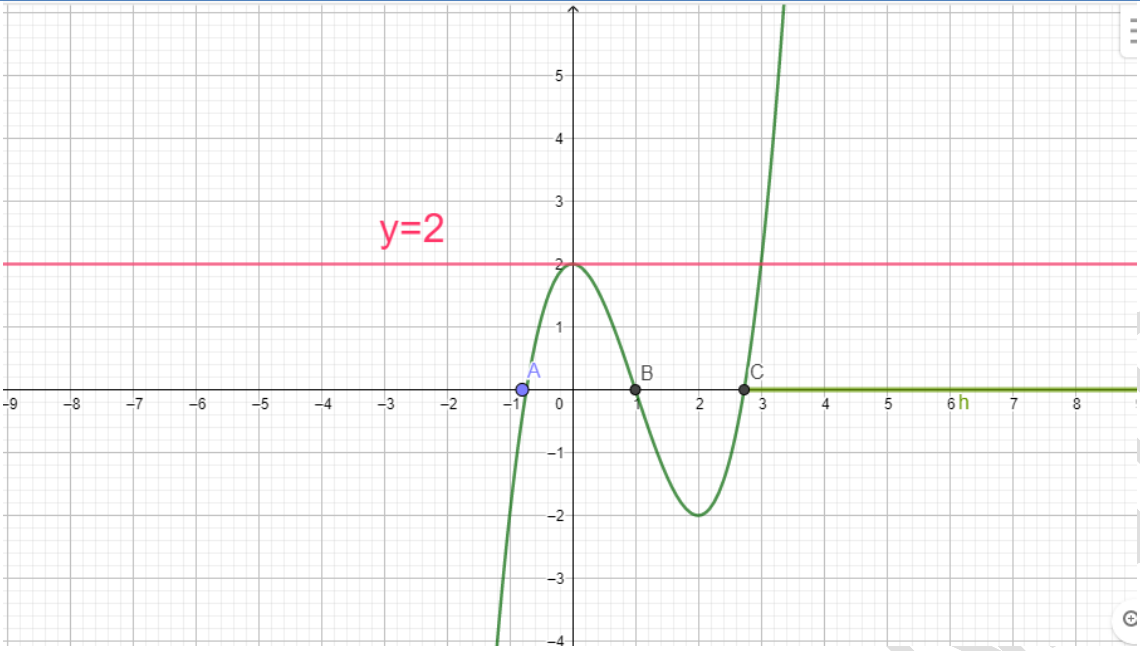
2) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3) a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 3x(x-2)$

b) Etudier les variations de f sur $[0;2]$

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

4) la courbe (C_f)ci-dessous la courbe de f



a) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=0$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\succ 2$

Solution :

Exercice1 :

1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-5x+6=0$: a = 1, b =-5 et c = 6

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$ et $x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$

Donc : $S=\{2;3\}$

2) $x^2-5x+6\leq 0$

Les racines sont : $x_1=3$ et $x_2=2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[2;3]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}7x-5y=8\\x+y=5\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}7x-5y=8\\x+y=5\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 2iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases}7x-5y=8\\y=5-x\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $5-x$ dans la 1iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}7x-5(5-x)=8\\y=5-x\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}7x-25+5x=8\\y=5-x\end{cases}$, Qui équivaut à $\begin{cases} 12x = 8+25 \\ y = 5-x \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} 12x = 33 \\ y = 5-x \end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases} x = \dfrac{33}{12} \\ y = 5-\dfrac{33}{12} \end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases} x = \dfrac{33}{12} \\ y = \dfrac{60-33}{12} = \dfrac{27}{12} \end{cases}$

Exercice2 :1) Soit M l'ancienne prix

Donc : $M - M \times \dfrac{30}{100} = 140$

Il reste à résoudre l'équation :D'où : $M - 0.3M = 140$

D'où : $M(1-0.3) = 140$

D'où : $0.7M = 140$

Ainsi : $M = \dfrac{140}{0.7} = 200dh$

Régle : $M\left(1-\dfrac{t}{100}\right) = N$ avec M l'ancienne prix et N Le nouveau prix

2) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de a éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_9^3 = 9\times 8\times 7 = 504$

b) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$A_5^3 + A_4^3 = 5\times 4\times 3 + 4\times 3\times 2 = 60+24 = 84$

Exercice3 :1) On a : $\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 10 et p=0 on a : $u_{10} = u_0 + (10-0)r$

Donc : $-20 = u_0 + 10\times(-3)$

Donc : $-20 = u_0 - 30$ c'est-à-dire : $-20+30 = u_0$

Donc : $10 = u_0$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 10-3n$

Donc : $u_n = 10-3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10-0+1)\dfrac{u_0+u_{10}}{2}$

$S = 11\dfrac{10+(-20)}{2} = 11\dfrac{-10}{2} = 11\times(-5) = -55$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{\frac{2}{3^{n+1}}}{\frac{2}{3^n}}=\frac{2}{3^{n+1}}\times\frac{3^n}{2}=\frac{3^n}{3^{n+1}}=\frac{3^n}{3^n\times 3^1}=\frac{1}{3^1}=\frac{1}{3}=q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q=\frac{1}{3}$

Exercice4 : 1) Calcul de : $f(0)$ et $f(-1)$

On a : $f(x)=x^3-3x^2+2$

Donc : $f(0)=0^3-3\times 0^2+2=0+2=2$

$f(-1)=(-1)^3-3\times(-1)^2+2=-1-3+2=-2$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3-3x^2+2=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-3x^2+2=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

3) a) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=(x^3-3x^2+2)'=3x^2-3\times 2x+0=3x^2-6x=3x(x-2)$

b) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=3x(x-2)$

$x\in[0;2]\Leftrightarrow 0\le x\le 2\Leftrightarrow 0\le 3x\le 6$ et $x-2\le 0$

Donc : $f'(x)=3x(x-2)\le 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

c) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 ?
L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T):y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a :$a=1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

Est : $(T):y=f(1)+f'(1)(x-1)$

On a : $f(1)=1^3-3\times 1^2+2=1-3+2=0$ Et on a : $f'(x)=3x(x-2)$

Donc : $f'(1)=3\times 1(1-2)=-3$

Donc : $(T):y=0-3(x-1)$

Donc : $(T):y=-3x+3$

4)a) Pour Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$

Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection de la courbe de (C_f) et l'axe Des abscisses.

Graphiquement l'équation : $f(x)=0$ admet 3 solutions car la courbe coupe (Ox) 3 fois

4)b) Résolution graphique de l'inéquation $f(x)\succ 2$:

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D):y=2$ si $x\succ 3$

Donc : graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x)\succ 2$ est : $S=]3;+\infty[$