Région de Fès Meknès (Taza Taounat)
2018 (Session Normale)

Exercice1 : 4.5points (1pt +0.5pt +1pt+2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-2x^2+4x+6=0$

2) a) Vérifier que : $-2(x+1)(x-3)=-2x^2+4x+6$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $-2x^2+4x+6\leq 0$

3) Déterminer x et y tel que : $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 4x+y=5 \end{cases}$

Exercice2 : 3points (1pt +1pt +1pt)

Dans Une petite usine il Ya 4 hommes et 6 femmes

1)Déterminer le pourcentage de femmes dans cette usine

2)Le propriétaire de l'usine choisi parmi les ouvriers et les ouvrières un groupe de 3 personnes

a) Quel est le nombre de groupes possibles ?

b) Quel est le nombre de groupes contenant 1 hommes et 2 femmes ?

Exercice3 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

1) Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_7=6$ et $u_8=12$

Déterminer la raison q de cette suite

2)Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n=3n-5$: $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer : v_0 et v_{39}

b) Montrer que de la suite $(v_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r=3$

c) Calculer la somme suivante : $S=v_0+v_1+\cdots+v_{39}$

Exercice4 : 3points (1pt +1pt +1pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x+7}{3x-3}$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ x\succ 1}} f(x)$

3) Calculer : $\forall x\in D_f$; $f'(x)$ avec f' la fonction dérivée de f

Exercice5 : 5.5points (1pt +1pt +1pt+1.5pt +1pt)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3-3x^2+2$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $g'(x)=3x(x-2)$

3) Calculer : $g(0)$ et $g(1)$ et $g(2)$

4) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

5) Calculer le nombre dérivé : $g'(1)$ et en déduire l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1

Solution :

Exercice1 : 1) Calculons le discriminant de l'équation $-2x^2+4x+6=0$: a = -2, b =4 et c =6
Donc : Δ = b² – 4ac = 4² – 4 x (-2) x 6 = 16+48 = 64
Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-4+\sqrt{64}}{2\times(-2)}=\frac{-4+8}{-4}=\frac{4}{-4}=-1$ et $x_2=\frac{-4-\sqrt{64}}{2\times(-2)}=\frac{-4-8}{-4}=\frac{-12}{-4}=3$

Par suite : $S=\{-1;3\}$

2) a)

$$-2(x+1)(x-3)=-2(x^2-3x+x-3)$$
$$=-2(x^2-2x-3)$$
$$=-2x^2+4x+6$$

2) $-2x^2+4x+6\le 0$

Les racines de $-2x^2+4x+6$ sont : $x_1=-1$ et $x_2=3$

On donc le tableau de signe suivant : $a=-2\prec 0$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$-2x^2+4x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D'où : $S=]-\infty;-1]\cup[3;+\infty[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}3x-y=2 & (1)\\ 4x+y=5 & (2)\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
Donc : $(2)+(1)$ $3x-y+4x+y=2+5$

Équivaut à : $7x=7$

Équivaut à : $x=\frac{7}{7}=1$ et on remplace dans : $4x+y=5\quad(2)$

Équivaut à : $4\times1+y=5$ C'est à dire : $y=5-4=1$

Donc : $x=1\, et\ y=1$

Exercice2 : 1) le pourcentage de femmes dans cette usine est : $P\%=100\times\frac{6}{10}=60\%$

2)a) $C_{10}^3=\frac{A_{10}^3}{3!}=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=\frac{10\times3\times3\times2\times4}{3\times2\times1}=10\times3\times4=120$

Le nombre d'ensembles possibles est : 120

b) le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est : $C_4^1\times C_6^2$

$C_6^2=\frac{A_6^2}{2!}=\frac{6\times5}{2\times1}=\frac{30}{2}=15$ et $C_4^1=4$ car : $C_n^1=n$

Le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est : $4\times15=60$

Exercice3 : 1) la raison q ??

On a : $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Donc : $u_8=qu_7$

Donc : $12=q\times6$

Donc : $q=\frac{12}{6}=2$

2) a) On a : $v_n=3n-5\ :\ \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_0=3\times 0-5=0-5=-5$ et $v_{39}=3\times 39-5=117-5=112$

b) $v_{n+1}-v_n=\left(3(n+1)-5\right)-\left(3n-5\right)=3n+3-5-3n+5=3=r$

Donc : $v_{n+1}-v_n=3=r\quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0=-5$ et sa raison $r=3$

c) $(v_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=v_0+v_1+\cdots+v_{39}=(39-0+1)\frac{v_0+v_{39}}{2}$

$S=40\frac{-5+112}{2}=20\frac{107}{2}=10\times 107=1070$

Exercice4 : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/3x-3\neq 0\}$

$3x-3=0\Leftrightarrow 3x=3\Leftrightarrow x=\frac{3}{3}=1$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+7}{3x-3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$

b) $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x+7}{3x-3}$

On a : $\lim\limits_{x\to 1^+}2x+7=2\times 1+7=2+7=9$ et $\lim\limits_{x\to 1^+}3x-3=0$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$3x-3$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=+\infty$

2) Calculer : $\forall x\in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x)=\left(\frac{2x+7}{3x-3}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$f'(x)=\left(\frac{2x+7}{3x-3}\right)'=\frac{(2x+7)'(3x-3)-(2x+7)(3x-3)'}{(3x-3)^2}=\frac{2(3x-3)-(2x+7)\times 3}{(3x-3)^2}$

$f'(x)=\frac{6x-6-6x-21}{(3x-3)^2}=\frac{-27}{(3x-3)^2}$

Exercice5 : 1) Calcul de : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3-3x^2+2=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3-3x^2+2=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

2) $\forall x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\left(x^3-3x^2+2\right)'=3x^2-3\times 2x+0=3x^2-6x=3x(x-2)$

3) On a : $g(x)=x^3-3x^2+2$

Donc : $g(0)=0^3-3\times0^2+2=0-0+2=2$

$g(1)=1^3-3\times1^2+2=1-3+2=0$

$g(2)=2^3-3\times2^2+2=8-12+2=-2$

4) $\forall x\in\mathbb{R}\ g'(x)=3x(x-2)$

$3x(x-2)=0 \Leftrightarrow 3x=0\ ou\ \ x-2=0 \Leftrightarrow x=0 ou\ \ x=2$

Le tableau de signe est le suivant :

$g'(x)=3x^2-6x\quad : a=3\succ 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : g est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;0]$ et sur $[2;+\infty[$

Et g est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

Le tableau de variation de g est :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Car : $g(0)=2$ et $g(2)=-2$

5) a) Calculer du nombre dérivé : $g'(1)$

On a : $g'(x)=3x(x-2)\quad \forall x\in\mathbb{R}$

Donc : $g'(1)=3\times1(1-2)=3\times(-1)=-3$

a) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1 ?

L'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse a

Est : $(T): y=g(a)+g'(a)(x-a)$

On a : $a=1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1

Est : $(T): y=g(1)+g'(1)(x-1)$

On a : $g(1)=0$ Et on a : $g'(1)=-3$

Donc : $(T): y=0-3(x-1)$

Donc : $(T): y=-3x+3$