Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

2015 (Session Rattrapage)

Exercice 1 : 6points (1pt +2pt+2pt +1pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-6x+5=0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-6x+5\leq 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x-y=-7 \end{cases}$

3)Le nombre de filles et de garçons dans une établissement scolaire est 650
Calculer le nombre de filles dans cet établissement sachant que le pourcentage
Des garçons est 58%

Exercice2 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.
On tire 3 boules de l'urne Successivement sans remise
1)Quel est le nombre de tirages possibles ?
2)Combien y a-t-il de possibilités contenant 3 boules portant toutes des nombres impairs ?

Exercice3 : 4points (0.5pt +1.5pt+0.5pt +1pt+0.5pt)

1)Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0=3$ et $u_3=24$

a) Vérifier que la raison de cette suite est : $q=2$

b) Calculer : $S=u_0+u_3+\cdots+u_5$

2)Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n=\frac{1}{2}n+\frac{3}{2}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer : v_0 et v_1

b) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

c) Montrer que 2015 est un terme de la suite $(v_n)_n$

Exercice4 : 3points (2pt +1pt)

Soit g la fonction définie par : $g(x)=\frac{3x-1}{x-2}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$

2) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{2\}$; $g'(x)$ avec g' la fonction dérivée de g

Exercice5 : 5points (1pt +1pt+1pt +2pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-12x$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(2)$

2) Montrer que f est une fonction impaire

3) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=3(x-2)(x+2)$

4) Montrer que : f est croissante dans $]-\infty;2]$ et sur $[2;+\infty[$

Et f est une fonction décroissante dans $[-2;2]$

Solution :

Exercice1 :1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-6x+5=0$: a = 1, b =-6 et c = 5
Donc : Δ = b² – 4ac = (-6)² – 4 x 1x 5 = 16
Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1=\frac{6+\sqrt{16}}{2\times1}=\frac{6+4}{2}=\frac{10}{2}=5$ et $x_2=\frac{6-\sqrt{16}}{2\times1}=\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1$

Donc : $S=\{1;5\}$

b) $x^2-6x+5\leq0$
Les racines sont : $x_1=5$ et $x_2=1$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
x^2-6x+5		+	0	−	0	+	

D'où : $S=[1;5]$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}2x-y=1\\4x-y=-7\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}2x-y=1\\4x-y=-7\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on

obtient le système équivalent : $\begin{cases}2x-1=y\\4x-y=-7\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $2x-1$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}2x-1=y\\4x-(2x-1)=-7\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\4x-2x+1=-7\end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\2x=-8\end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\x=-4\end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases}2\times(-4)-1=y\\x=-4\end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases}y=-9\\x=-4\end{cases}$

Donc : $S=\{(-4,-9)\}$

3) le pourcentage des garçons est : 58%
Donc : le pourcentage des filles est : 100% - 58% =42%
Donc Le nombre de filles est : $F=650\times\frac{42}{100}=273$

Exercice2 :1) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)
Il y en a donc : $A_7^3=7\times6\times5=210$ tirages possibles
2) les nombres impairs il Ya : 4 (1 et 3 et 5 et 7)
Il y en a donc : $A_4^3=4\times3\times2=24$ Tirages possibles
Exercice3 :1) a) la raison q ??
On a : $(u_n)_n$ une suite géométrique :

Donc : $u_3 = q^3 u_0$

Donc : $24 = q^3 \times 3$

Donc : $q^3 = \frac{24}{3} = 8$

Donc : $q = 2$

b) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_5$

$$S = (\text{le premier terme dans la somme})\frac{1-\text{raison}^{(\text{le nombre de termes})}}{1-\text{raison}}$$

$\text{le nombre de termes} = 5 - 0 + 1 = 6$

Donc : $S_5 = u_0 \frac{1-2^6}{1-2} = 3\frac{1-64}{-1} = (-3)\times(-63) = 189$

2) a) $v_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_0 = \frac{1}{2}\times 0 + \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ et $v_1 = \frac{1}{2}\times 1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

b) $v_{n+1} - v_n = \left(\frac{1}{2}(n+1) + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}n - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

Donc : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2} = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0 = \frac{3}{2}$ et sa raison $r = \frac{1}{2}$

c) $v_n = 2015$ signifie $\frac{1}{2}n + \frac{3}{2} = 2015$

Signifie $\frac{n+3}{2} = 2015$

Signifie $n + 3 = 2015 \times 2$

Signifie $n + 3 = 4030$

Signifie $n = 4030 - 3 = 4027$

Donc : $u_{4027} = 2015$

Exercice4 :1) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{x} = 3$

$$\lim_{x\to 2^+} g(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{3x-1}{x-2}$$

On a: $\lim_{x\to 2^+} x - 2 = 2 - 2 = 0$ **et** $\lim_{x\to 2^+} 3x - 1 = 5$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

$\lim_{x\to 2^+} x - 2 = 0^+$ **et** $\lim_{x\to 2^+} 3x - 1 = 5$

Donc : $\lim_{x\to 2^+} g(x) = +\infty$

4) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$; $g'(x) = \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$g'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'=\frac{(3x-1)'(x-2)-(3x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{3(x-2)-1\times(3x-1)}{(x-2)^2}$$

$$g'(x)=\frac{3x-6-3x+1}{(x-2)^2}=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

Exercice5 :1) Calcul de : $f(0)$ *et* $f(2)$

On a : $f(x)=x^3-12x$

Donc : $f(0)=0^3-12\times 0=0-0=0$

$f(2)=2^3-12\times 2=8-24=-16$

2) Montrons que f est une fonction impaire : $f(x)=x^3-12x$

f est une fonction polynôme : Donc $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

- $f(-x)=(-x)^3-12\times(-x)=-x^3+12x=-(x^3-12x)$

  $f(-x)=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

3) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=3(x-2)(x+2)$?

$\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=(x^3-12x)'=3x^2-12=3(x^2-4)=3(x^2-2^2)=3(x-2)(x+2)$

4) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=3(x-2)(x+2)=3(x-2)(x+2)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow x-2=0$ *ou* $x+2=0\Leftrightarrow x=2$ *ou* $x=-2$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x)=3x^2-12$ $a=3\succ 0$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;-2]$ et sur $[2;+\infty[$