1ère année bac Lettres
Sciences humaines BIOF
A N N É E 2021

Livre d'Examens régionaux de Mathématiques 1ère année bac Lettres Et sciences humaines en Français avec corrections (2007-2021) ET Exercices corrigés

MATHÉMATIQUES

Prof :
Atmani najib

دعواتكم بالرحمة لي وللوالدين

xriadia

- Plus de 35 énoncés d'Examens régionaux corrigés
- Des exercices et problèmes corrigés
- Des Méthodes et astuces et remarques et conseils à retenir

PROF : ATMANI NAJIB
1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Livre d'Examens régionaux de mathématiques 1ère année bac Lettres Et sciences humaines en Français *avec corrections* (2007-2021)

Livre d'Examens régionaux de mathématiques avec correction en français

Pour se préparer à l'examen régional, voilà des exemples des années passés pour toutes les régions du Maroc.

La meilleure méthode pour avoir une très bonne note pour les élèves de la 1 bac est de travailler des examens régionaux, ici vous allez trouver facilement l'examen que vous cherchez et voir sa correction

امتحانات جهوية في الرياضيات اولى باك آداب وعلوم انسانية مع التصحيح جميع جهات المغرب الدورة العادية والدورة الاستدراكية، كل الامتحانات الجهوية في مادة الرياضيات للسنة الاولى بكالوريا شعبة آداب وعلوم انسانية مرفقة بالإجابة والتنقيط.

- Examens régionaux **(2007-2021)**
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2007 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - T Région CASABLANCA - SETTAT 2008 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2012 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2012 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2013 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2014 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Guelmim Oued Noun 2014 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2004 Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Souss Massa 2014 - Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Oriental 2015 - Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Oriental 2015 - Sujet avec correction
  - Examen régional de math en français (Session Normale) - Béni Mellal-Khénifra 2015- Sujet avec correction

- Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2014 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2015 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Marrakech-Safi 2015 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Marrakech-Safi 2016 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Béni Mellal-Khénifra 2016 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Marrakech-Safi 2017 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2017 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2017 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - T Région CASABLANCA - SETTAT 2017 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Oriental 2017 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Béni Mellal-Khénifra 2018 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Oriental 2018 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2018 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Rattrapage) - Tanger-Tétouan-Al Hoceima 2018 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) – Dakhla wad Dahab 2018 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2018 Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Rabat-Salé-Kénitra 2018 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Oriental 2019 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Oriental 2020 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Rabat-Salé-Kénitra 2020 - Sujet avec correction
- Examen régional de math en français (Session Normale) - Rabat-Salé-Kénitra 2021 - Sujet avec correction
- Examen régional1 tajribi de math en français (Sujet avec correction)
- Examen régional2 tajribi de math en français (Sujet avec correction)

PROF : ATMANI NAJIB

Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2007(Session Normale)

Exercice1 : 3points (1.5pt +1.5pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 12x + 35 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 12x + 35 \leq 0$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 12x + 35 = 0$: a = 1, b =-12et c = 35

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{12+\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{12+2}{2} = \frac{14}{2} = 7$ et $x_2 = \frac{12-\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{12-2}{2} = \frac{10}{2} = 5$

2) $x^2 - 12x + 35 \leq 0$

Les racines sont : $x_1 = 7$ et $x_2 = 5$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		5		7		$+\infty$
$x^2-12x+35$		+	0	−	0	+	

D'où : $S = [5;7]$

Exercice2 : 3points (1.5pt +1.5pt)

1) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 260 \\ x - \frac{1}{4}y = 0 \end{cases}$

2) Le périmètre d'un champ rectangulaire est de 520 m et sa largeur est égale a 25% de sa longueur. Calculer les dimensions de ce champ

Solution : 1) $\begin{cases} x + y = 260 \\ x - \frac{1}{4}y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 260 \\ 4\left(x - \frac{1}{4}y\right) = 4\times 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 260 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x + y = 260 \ (1) \\ 4x - y = 0 \ \ (2) \end{cases}$ Équivaut à : $(2)+(1)$ $x + y + 4x - y = 260 + 0$

Équivaut à : $5x = 260 \Leftrightarrow x = \frac{260}{5} = 52$ et on remplace dans : $x + y = 260$

Équivaut à : $52 + y = 260$ C'est à dire : $y = 260 - 52 = 208$

Donc : $S = \{(52, 208)\}$

3) Soient : x la largeur de ce champ et y la longueur de ce champ

Puisque sa largeur est égale à 25% de sa longueur alors : $x = \frac{25}{100}y$ c'est-à-dire $x = \frac{1}{4}y$

Donc : $x - \frac{1}{4}y = 0 \ (1)$

Le périmètre d'un champ rectangulaire est de 520 m

Donc : $2x + 2y = 520 \ (2)$

Donc : $x + y = 260 \ (2)$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=260 \\ x-\frac{1}{4}y=0 \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x=52 \\ y=208 \end{cases}$

Donc : la largeur de ce champ est : 52 et la longueur de ce champ est : 208

Exercice3 : 4points (2pt +2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=10$ et $u_0=-100$

1) Calculer : u_1 et u_{20}

2) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=-100$ et sa raison $r=10$

$u_1=u_0+r=-100+10=-90$

Et Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique

Alors : $u_n=u_0+nr=-100+10n$

$u_n=-100+10n$ Donc : $u_{20}=-100+10\times 20=-100+200=100$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}=(20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$$

$$S=21\frac{-100+100}{2}=21\times\frac{0}{2}=21\times 0=0$$

Exercice4 : 3points (1pt +1pt+1pt)

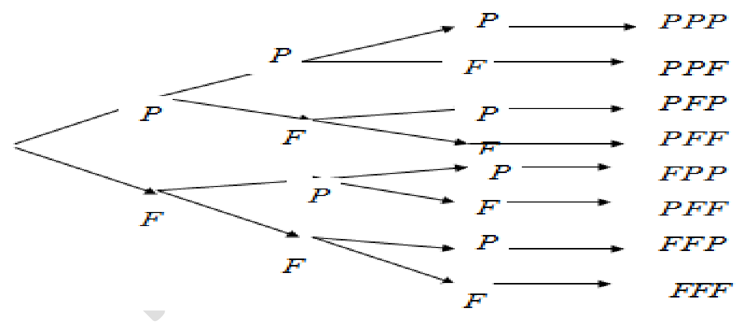
On lance une pièce de monnaie avec F la face et P la pile trois fois de suite.

1) Donner l'arbre des choix de cette expérience aléatoire

2)Quelle est le nombre de possibilités ?

2)Quelle est le nombre de possibilités qui contiennent F deux fois exactement ?

Solution :1)



2)

1ere fois	2ere fois	3ere fois
2	2	2

Il y'a 2 possibilités pour la 1 fois : P (pile) ou F (face)
Il y'a 2 possibilités pour la 2 fois : P (pile) ou F (face)
Il y'a 2 possibilités pour la 3 fois : P (pile) ou F (face)
D'après le **principe général dénombrement** le nombres de possibilités est : $n=2\times 2\times 2=8$

L'ensemble des possibilités est : $\Omega=\{PPP;PPF;PFP;PFF;FPP;FPF;FFP;FFF\}$

$8=card\Omega$ (Le nombre d'élément de l'ensemble Ω)

L'ensemble des possibilités qui contiennent F deux fois exactement est :

$A=\{PFF;FPF;FFP\}$ il Ya 3 possibilités : $3=cardA$

Exercice5 : 7points (1pt +1pt +1.5pt +1pt+ +1pt 1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x^2$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x\in D_f$; $f'(x)=3x(x-2)$

4) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in D_f$

5) En déduire le tableau de variations de f sur D_f

6) Calculer : $f(3)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2

8) Tracer la courbe (C_f)

Solution : 1) On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3-3x^2=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-3x^2=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=\left(x^3-3x^2\right)'=3x^2-3\times 2x=3x^2-6x=3x(x-2)$

4) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=3x(x-2)$

$3x(x-2)=0 \Leftrightarrow 3x=0$ ou $x-2=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x)=3x^2-6x$ $a=3\succ 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5) Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;0]$ et sur $[2;+\infty[$

Et f est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

On a : $f(x)=x^3-3x^2$

Donc : $f(0)=0^3-3\times 0^2=0-0=0$

$f(2)=2^3-3\times 2^2=8-12=-4$

6) Calcul de : $f(3)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2$

Donc : $f(1) = 1^3 - 3\times 1^2 = 1 - 3 = -2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3\times(-1)^2 = -1 - 3 = -4$

$f(3) = 3^3 - 3\times 3^2 = 27 - 27 = 0$

7) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3 ?
L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On a : $a = 3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(3) + f'(3)(x - 3)$

On a : $f(3) = 0$ Et on a : $f'(x) = 3x(x - 2)$

Donc : $f'(3) = 3\times 3(3-2) = 9\times 1 = 9$

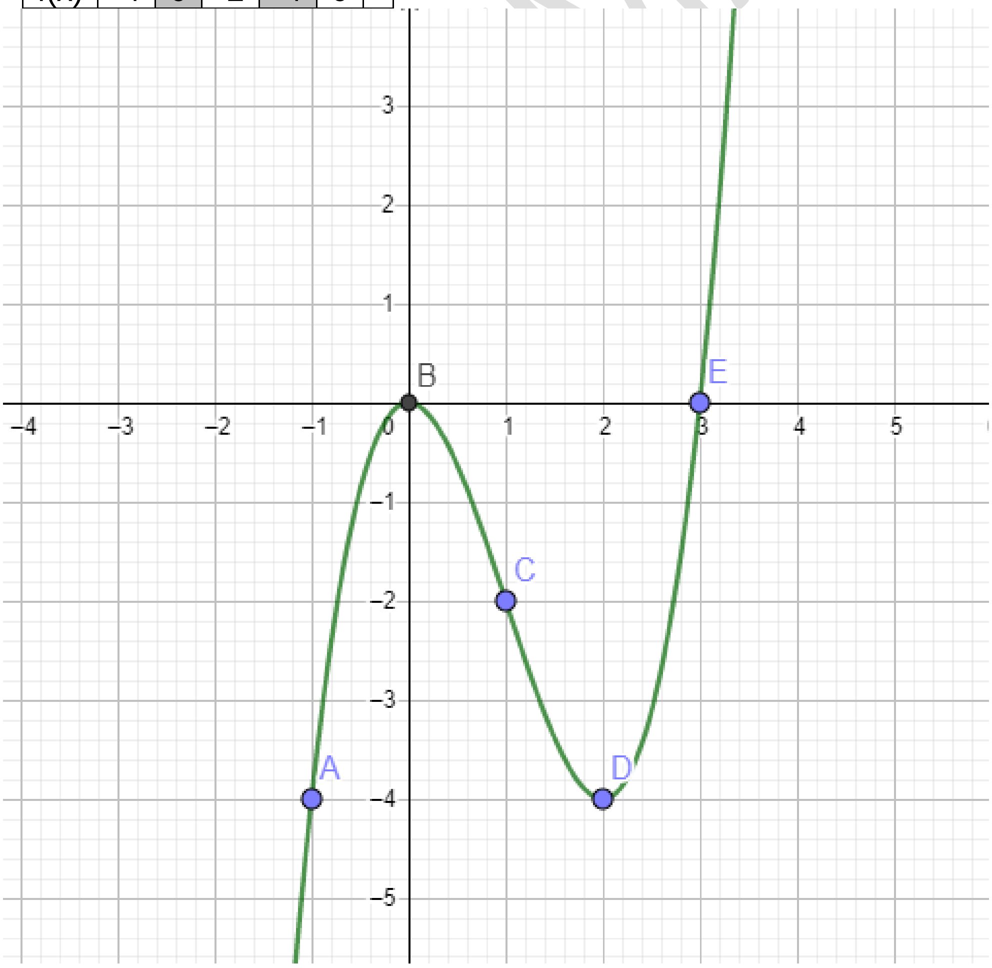
Donc : $(T): y = 0 + 9(x - 3)$

Donc : $(T): y = 9x - 27$

8) Traçage de la courbe (C_f) :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	-4	0	-2	-4	0	



Région CASABLANCA - SETTAT

2008(Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +2pt +2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2-11x+9=0$

2) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=8 \\ 2x+3y=21 \end{cases}$

b) Un étudiant a acheté 8 livres de deux types différents pour un prix total de 105 dirhams Déterminez le nombre de livres de chaque type si vous savez que le prix d'un livre du premier type est de 10 dirhams et que le prix d'un livre du deuxième type est de 15 dirhams

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2-11x+9=0$: a = 2, b =-11et c = 9

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 2 \times 9 = 49$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{11+\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{11+7}{4}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$ et $x_2=\frac{11-\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{11-7}{4}=\frac{4}{4}=1$

2) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=8 \\ 2x+3y=21 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x+y=8 \\ 2x+3y=21 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x-2y=-16 \\ 2x+3y=21 \end{cases}$

Donc : $(2)+(1)$ $-2x-2y+2x+3y=-16+21$

Équivaut à : $y=5$ et on remplace dans : $x+y=8$

Équivaut à : $x+5=8$ C'est à dire : $x=8-5=3$

Donc : $S=\{(3,5)\}$

b) Soient : x le nombre de livres du 1type et y le nombre de livres du 2type

Puisqu'il étudiant a acheté 8 livres des deux types alors : $x+y=8\ (1)$

Puisque le prix total de 105 dirhams Alors : $10x+15y=105\ (2)$

Alors : $2x+3y=21\ (2)$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=8 \\ 2x+3y=21 \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$

Donc : le nombre de livres du 1type est : 3
Le nombre de livres du 2type est : 5

Exercice2 : 4points (0.5pt +1.25pt +1pt +1.25pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=-2$ et $u_0=-2$

1) Calculer : u_1

2) Montrer que : $u_n=-2(n+1)\quad \forall n\in\mathbb{N}$

3) Est ce que le terme -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$? justifier votre réponse

4) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{10}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = -2$ et sa raison $r = -2$ alors : $u_1 = u_0 + r = -2 + -2 = -4$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique alors : $u_n = u_0 + nr = -2 + (-2)n = -2(1+n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = -22 \Leftrightarrow -2(1+n) = -22 \Leftrightarrow 1+n = \frac{-22}{-2} \Leftrightarrow 1+n = 11 \Leftrightarrow n = 11-1 \Leftrightarrow n = 10$

Donc : -22 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{10} = -22$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10-0+1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$

$S = 11\frac{-2+-22}{2} = 11 \times \frac{-24}{2} = 11 \times (-12) = -132$

Exercice3 : 2points (0.5pt +0.5pt +1pt)

1) Calculer $C_{12}^{\ 3}$

2)Une urne contient 7 boules blanches et 5 boules noires
On tire simultanément 3 boules de cette urne.
a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
b) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de mêmes couleurs ?

Solution :1)$C_{12}^{\ 3} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = \frac{6 \times 2 \times 11 \times 10}{6} = 2 \times 11 \times 10 = 220$

1) Dans l'urne il Ya :12 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne
Donc : Le nombre de tirages possibles est : $C_{12}^{\ 3}$

$C_{15}^{\ 3} = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3!} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 13}{6} = 455$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boule blanche **ou** tirer 3 boules noires
Le nombre de possibilités est : $C_7^3 + C_5^3$ **OU** c'est : **+**

$C_5^{\ 3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$ et $C_7^3 = \frac{A_7^3}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 7 \times 5 = 35$

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $35 + 10 = 45$

Exercice4 : 8points (0.5pt +1.5pt +1.5pt +2pt +1.5pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x+3}{3x-6}$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $f\left(\frac{-3}{2}\right)$ et $f(0)$

3) Calculer : a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ b) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x \succ -2}} f(x)$ *et* $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x \prec -2}} f(x)$

4) a) Vérifier que : $\forall x \in D_f$; $f'(x) = \frac{-21}{(3x-6)^2}$

b) En déduire que f est strictement croissante sur $]-\infty; 2[$ et $]2; +\infty[$
et donner le tableau de variations de f sur D_f

Solution : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 6 \neq 0\}$

$3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2$

$D_f = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+3}{3x-6} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x+3}{3x-6} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$

a) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{2x+3}{3x-6}$

On a : $\lim\limits_{x \to 2^+} 2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$ **et** $\lim\limits_{x \to 2^+} 3x - 6 = 6 - 6 = 0$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

On a : $\lim\limits_{x \to 2^+} 2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$ **et** $\lim\limits_{x \to 2^+} 3x - 6 = 6 - 6 = 0$

Donc : $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{2x+3}{3x-6}$

On a : $\lim\limits_{x \to 2^-} 2x + 3 = 7$ **et** $\lim\limits_{x \to 2^-} 3x - 6 = 0^-$

Donc : $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

4) Calculer : $\forall x \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$; $f'(x) = \left(\frac{2x+3}{3x-6}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{2x+3}{3x-6}\right)' = \frac{(2x+3)'(3x-6) - (2x+3)(3x-6)'}{(3x-6)^2} = \frac{2(3x-6) - 3 \times (2x+3)}{(3x-6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{6x - 12 - 6x - 9}{(3x-6)^2} = \frac{-21}{(3x-6)^2} \succ 0$$

5) Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty; 2[$ et sur $]2; +\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$2/3$	$\searrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\searrow$	$2/3$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat) (2012) (Session Normale)

Exercice 1 : 5points (1.5pt+1.5pt +2pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-4x^2+3x+1=0$

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation suivante : $-4x^2+3x+1\succ 0$

2) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} 2x-3y=-4 \\ 4x+y=6 \end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $-4x^2+3x+1=0$: a = -4, b =3 et c =1

Donc : Δ = b² – 4ac = 3 ² – 4 x (-4) x 1 = 9+16=25

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-3+\sqrt{25}}{2\times(-4)}=\frac{-3+5}{-8}=\frac{2}{-8}=-\frac{1}{4}$ et $x_2=\frac{-3-\sqrt{25}}{2\times(-4)}=\frac{-3-5}{-8}=\frac{-8}{-8}=1$

Donc : $S=\left\{-\frac{1}{4};1\right\}$

b) $-4x^2+3x+1\succ 0$

Les racines sont : $x_1=-\frac{1}{4}$ et $x_2=1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-1/4$		1		$+\infty$
$-4x^2+3x+1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D'où : $S=\left]-\frac{1}{4};1\right[$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} 2x-3y=-4 \\ 4x+y=6 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 2x-3y=-4 \\ 4x+y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x+6y=8 & (1)\times -2 \\ 4x+y=6 & (2) \end{cases}$$

$(2)+(1)$ $-4x+6y+4x+y=8+6$

Équivaut à : $7y=14$

Équivaut à : $y=2$ et on remplace dans : $2x-3y=-4$

Équivaut à : $2x-6=-4$ c'est-à-dire : $2x=2$

Équivaut à : $x=1$ Donc : $S=\{(1,2)\}$

Exercice2 : 8points (1pt +2pt +1.5pt +1pt+ +1pt 1.5pt)

Une urne contient 15 boules :

5 boules blanches et 7 boules rouges et 3 boules vertes

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de couleur différentes deux a deux ?

Solution : 1) Dans l'urne il Ya :15 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Donc : $card(\Omega) = C_{12}^{3}$

$$C_{15}^{\ 3} = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15\times14\times13\times12!}{3!12!} = \frac{15\times14\times13}{3!} = \frac{3\times5\times2\times7\times13}{6} = 455$$

2) tirer3 boules de couleurs différentes deux a deux signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge **ET** tirer 1 boule verte

ET c'est : **X**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux est :

Exercice 3 : 4points (2pt +2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

et Soit la suite $(v_n)_n$ définie par : $v_n = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) a) Vérifier que la raison de la suite $(u_n)_n$ est : $r = 3$

b) Calculer : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$

2) a) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

b) Calculer la somme suivante : $S_2 = v_0 + v_2 + \cdots + v_6$

Solution :1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$

Donc : $u_n = u_p + (n-p)r$

On pose : n=8 et p=5

Donc : $u_8 = u_5 + (8-5)r$

Donc : $2 = -7 + 3r$

Donc : $2 + 7 = 3r$

Donc : $9 = 3r$ c'est-à-dire : $r = \frac{9}{3} = 3$

b) Calcul de la somme suivante : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6 = (6-0+1)\frac{u_0 + u_6}{2}$$

On a : $u_n = u_p + (n-p)r$

Donc : $u_8 = u_0 + (8-0)\times3$

Donc : $2 = u_0 + 24$

Donc : $2 - 24 = u_0$ Donc : $-22 = u_0$

Et on a : $u_n = u_p + (n-p)r$

Donc : $u_6 = u_0 + (6-0)3$

Donc : $u_6 = -22 + 18 = -4$

Donc : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6 = 7\frac{-22+(-4)}{2} = 7\frac{-26}{2} = 7\times(-13) = -91$

2) a) On a : $v_n = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{25\times\left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{25\times\left(\frac{5}{3}\right)^{n}} = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{5}{3}\right)^{n}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1-n} = \left(\frac{5}{3}\right)^{1} = \frac{5}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

3) Puisque la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$

Alors : $S_2 = v_0 + v_2 + \cdots + v_6 = v_0\frac{1-q^{6-0+1}}{1-q}$

On a : $v_n = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^n$

Pour n=0 : on a : $v_0 = 25\times\left(\frac{5}{3}\right)^0$ par suite : $v_0 = 25\times 1 = 25$ car $\left(\frac{5}{3}\right)^0 = 1$

$$S_2 = 25\frac{1-\left(\frac{5}{3}\right)^7}{1-\frac{5}{3}} = 25\times\frac{1-\left(\frac{5}{3}\right)^7}{-\frac{2}{3}} = -25\times\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{5}{3}\right)^7\right) = -\frac{75}{2}\left(1-\left(\frac{5}{3}\right)^7\right)$$

Exercice4 : 8points (1pt +2pt +1.5pt +1pt+ +1pt 1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{2\}$ par : $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$

1) Calculer : $f(0)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

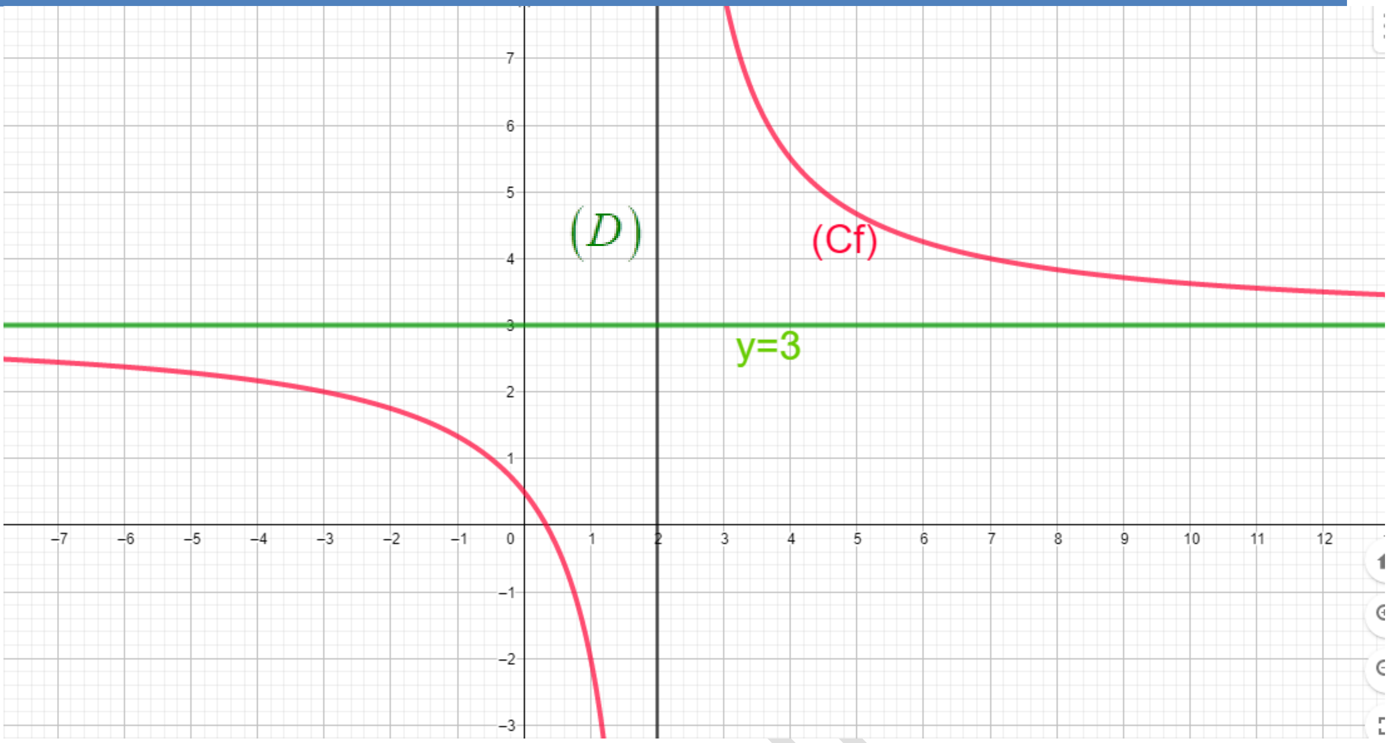
3) Montrer que : $\forall x \in D_f$; $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$

4) Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}-\{2\}$

5) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3

6)La courbe représentatives (C_f) est donnée dans le repère ci-dessous :

Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 3$



Solution : 1) Calcul de : $f\left(0\right)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$

On a : $f\left(x\right)=\dfrac{3x-1}{x-2}$

Donc : $f\left(0\right)=\dfrac{3\times 0-1}{0-2}=\dfrac{0-1}{0-2}=\dfrac{-1}{-2}=\dfrac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3\times\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-2}=\frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{2}}{\frac{1}{2}-\frac{4}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2}}=-\frac{1}{3}$$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

a) $\lim\limits_{x\to 2^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}$

On a: $\lim\limits_{x\to 2^+}3x-1=6-1=5$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+}x-2=0$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to 2^+}x-2=0^+$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+}3x-1=6-1=5$

Donc : $\lim\limits_{x\to 2^+}f\left(x\right)=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to 2^-}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}$

$\lim\limits_{x\to 2^-}x-2=0^-$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^-}3x-1=6-1=5$

Donc : $\lim\limits_{x\to 2^-}f\left(x\right)=-\infty$

3) $\forall x \in \mathbb{R}-\{2\}$; $f'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'=\frac{(3x-1)'(x-2)-(3x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{3(x-2)-1\times(3x-1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3x-6-3x+1}{(x-2)^2}=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

4) $f'(x)=\frac{-5}{(x-2)^2}\prec 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}-\{2\}$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;2[$ et sur $]2;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$3 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 3$

5) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3

Est : $(T): y=f(3)+f'(3)(x-3)$

On a : $f(x)=\frac{3x-1}{x-2}$

Donc : $f(3)=\frac{3\times3-1}{3-2}=\frac{9-1}{1}=8$

Et on a : $f'(x)=\frac{-5}{(x-2)^2}$

Donc : $f'(3)=\frac{-5}{(3-2)^2}=\frac{-5}{1^2}=-5$

Donc : $(T): y=8-5(x-3)$

Donc : $(T): y=8-5x+15$

Donc : $(T): y=-5x+23$

6)Résolution graphique de l'inéquation : $f(x)\geq 3$?

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y=3$ si $x \in]2;+\infty[$

Donc $S=]2;+\infty[$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

2012 (Session Rattrapage)

Exercice1 : 5points (3pt +2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}\geq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases}2x-3y=-5\\4x+5y=23\end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}=0$

a = 1, b =-3/2 et c = -7/16

Donc : $\Delta=b^2-4ac=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-4\times1\times\left(-\frac{7}{16}\right)=\frac{9}{4}+\frac{28}{16}=\frac{36}{16}+\frac{28}{16}=\frac{64}{16}=4$

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-\left(-\frac{3}{2}\right)+\sqrt{4}}{2\times1}=\frac{\frac{3}{2}+2}{2}=\frac{\frac{3}{2}+\frac{4}{2}}{2}=\frac{\frac{7}{2}}{\frac{2}{1}}=\frac{7}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$ et

$$x_2=\frac{-\left(-\frac{3}{2}\right)-\sqrt{4}}{2\times1}=\frac{\frac{3}{2}-2}{2}=\frac{\frac{3}{2}-\frac{4}{2}}{2}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2}{1}}=-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$$

2) $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}\geq 0$

Les racines sont : $x_1=\frac{7}{4}$ et $x_2=-\frac{1}{4}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{7}{4}$		$+\infty$
$x^2-\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{7}{4};+\infty\right[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}2x-3y=-5\\4x+5y=23\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases}2x-3y=-5\\4x+5y=23\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4x+6y=10 & \times(-2)(1)\\4x+5y=23 & (2)\end{cases}$$

$(2)+(1)\quad -4x-6y+4x+5y=10+23$

Équivaut à : $-y=33$

Équivaut à : $y=-33$ et on remplace dans : $4x+5y=23\ (2)$

Équivaut à : $4x+5(-33)=23$

Équivaut à : $4x-165=23$

Équivaut à : $4x=23+165$

Équivaut à : $4x=188$

Équivaut à : $x=\frac{188}{4}=47$

Donc : $S=\{(47,-33)\}$

Exercice2 : 3points (.5pt +1.5pt)

Une urne contient 12 boules :

4 boules blanches et 6 boules rouges et 2 boules vertes

On tire au hasard **3** boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega=?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 3 éléments dans un ensemble de 12 éléments :

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega=A_{12}^{3}=12\times11\times10=1320$

2) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules rouges **OU** tirer 3 boules blanches

OU c'est : **+**

1ier tirage	**2er tirage**	**3er tirage**
R : 6	**R : 5**	**R : 4**

OU

1ier tirage	**2er tirage**	**3er tirage**
B : 4	**B :3**	**B : 2**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$A_6^3+A_4^3=6\times5\times4+4\times3\times2=120+24=144$

Exercice3 : 8points (1pt +2pt +1.5pt +1pt+ +1.5pt +1pt)

Soient f la fonction définie sur R par : $f(x)=\frac{1}{3}x^3+3x^2+9x+7 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(-3)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=(x+3)^2$

4) Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

5) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -1

Solution : 1) $f(x)=\frac{1}{3}x^3+3x^2+9x+7$

$$f(0)=\frac{1}{3}\times0^3+3\times0^2+9\times0+7=7$$

$$f(-3)=\frac{1}{3}\times(-3)^3+3\times(-3)^2+9\times(-3)+7=\frac{-27}{3}+27-27+7=-9+7=-2$$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3+3x^2+9x+7=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3=+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{3}x^3+3x^2+9x+7=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{3}x^3=-\infty$$

3) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=(x+3)^2$?

$\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 9x + 7\right)' = \frac{1}{3} \times 3x^{3-1} + 3 \times 2x^{2-1} + 9 + 0$

$\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$

4) Le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (x+3)^2 \geq 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

5) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On a : $a = -3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -3

Est : $(T): y = f(-3) + f'(-3)(x - (-3))$

On a : $f(-3) = -2$

Et on a : $f'(x) = (x+3)^2$

Donc : $f'(-3) = (-3+3)^2 = 0$

Donc : $(T): y = -2 + 0(x+3)$

Donc : $(T): y = -2$

Exercice4 : 4points (2pt +2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Et Soit la suite $(v_n)_n$ géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

1) a) Déterminer la raison de la suite $(u_n)_n$

b) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

2) a) Déterminer q la raison de la suite $(v_n)_n$ sachant que : $q \succ 0$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution :1) a) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Donc : $u_n = u_p + (n - p)r$

On pose : n=10 et p=0

Donc : $u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$

Donc : $25 = -5 + 10r$

Donc : $25 + 5 = 10r$

Donc : $30 = 10r$

Donc : $r = \frac{30}{10} = 3$

b) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10-0+1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$

Donc : $S = 11\frac{-5+25}{2} = 11\frac{20}{2} = 11\times 10 = 110$

2) a) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

Alors on a : $v_n = v_p \times q^{n-p}$ $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2$

Pour p=0 et n=2 On a :$v_2 = v_0 \times q^{2-0}$

Donc : $12 = 3\times q^2$

Donc : $\frac{12}{3} = q^2$

Donc : $q^2 = 4$

Donc : $q = \sqrt{4}$ ou $q = -\sqrt{4}$ or $q \succ 0$

Donc : $q = \sqrt{4} = 2$

b) Puisque $(v_n)_n$ est géométrique

Alors on a : $v_n = v_0 \times q^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_n = 3\times 2^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

2013(Session Normale)

Exercice1 : 5points (3pt +2pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-2x^2-6x+8=0$

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation suivante : $-x^2-3x+4\geq 0$

2) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y=1 \end{cases}$

b) En déduire la résolution du système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x-2y^2=-3 \\ x-y^2=1 \end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $-2x^2-6x+8=0$: a = -2, b =-6 et c =8

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times (-2) \times 8 = 36+64=100$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{6+\sqrt{100}}{2\times(-2)}=\frac{6+10}{-4}=\frac{16}{-4}=-4$ et $x_2=\frac{6-\sqrt{100}}{2\times(-2)}=\frac{6-10}{-4}=\frac{-4}{-4}=1$

Donc : $S=\{-4;1\}$

b) $-x^2-3x+4\geq 0 \Leftrightarrow -2x^2-6x+8\geq 0\times 2$

$-x^2-3x+4\geq 0 \Leftrightarrow -2x^2-6x+8\geq 0$

Les racines sont : $x_1=-4$ et $x_2=1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$-x^2-3x+4$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D'où : $S=[-4;1]$

2) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y=1 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-3 & (1) \\ -x+y=-1 & (2)\times -1 \end{cases}$

$(2)+(1)$ $x-2y-x+y=-3-1$

Équivaut à : $-y=-4$

Équivaut à : $y=4$ et on remplace dans : $x-y=1$

Équivaut à : $x-4=1$

Équivaut à : $x=1+4=5$

Donc : $S=\{(5,4)\}$

b) Déduction de la résolution du système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x-2y^2=-3 \\ x-y^2=1 \end{cases}$

On pose : $x=X \quad et \quad y^2=Y$

$\begin{cases} x-2y^2=-3 \\ x-y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X-2Y=-3 \\ X-Y=1 \end{cases}$

D'après 2) a) on a donc : $X = 5$ et $Y = 4$

Donc : $x = 5$ et $y^2 = 4$

Donc : $x = 5$ et $\left(y = \sqrt{4} \; ou \; y = -\sqrt{4} \right)$

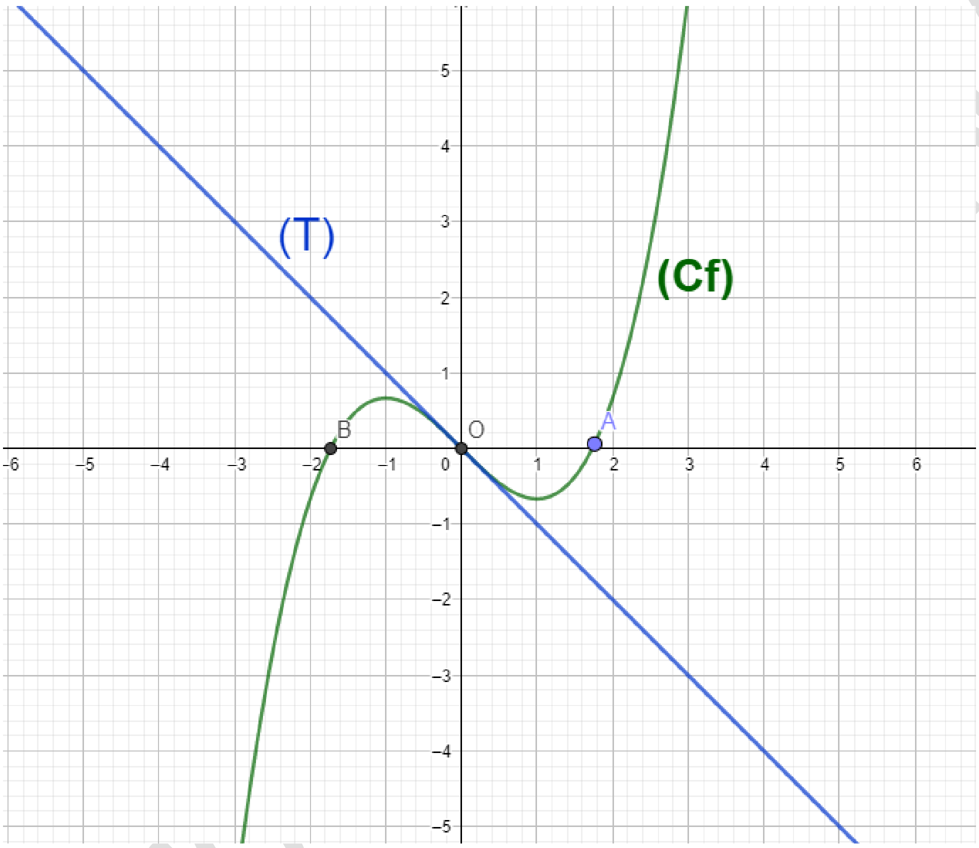
Donc : $x = 5$ et $(y = 2 \; ou \; y = -2)$

Donc : $S = \{(5,2);(5,-2)\}$

Exercice2 : 8points (1pt +1pt +1.5pt +1pt+ +1pt +0.5pt +1pt +1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$

La courbe représentative (C_f) de f est donnée dans le repère ci-dessous :
(Voire figure)



1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ L'équation : $f(x) = 0$

4) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = (x-1)(x+1)$

5) En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

6) Que représente la droite (T) pour la courbe représentative (C_f) de f ?

7) Déterminer l'équation de la droite (T)

8) Résoudre dans $\mathbb{R}$ L'inéquation : $f(x) \geq -x$

Solution : 1) Calcul de : $f(0)$ *et* $f(1)$

On a : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x$

Donc : $f(0)=\frac{1}{3}0^3-0=0-0=0$

$f(1)=\frac{1}{3}1^3-1=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{3}x^3-x}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{3}x^3}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{3}x^2=+\infty$

3) Résolution dans $\mathbb{R}$ L'équation : $f(x)=0$

$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}x^3-x=0\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{3}x^2-1\right)=0\Leftrightarrow x=0\ ou\ \frac{1}{3}x^2-1=0$

$f(x)=0\Leftrightarrow x=0\ ou\ \frac{1}{3}x^2=1\Leftrightarrow x=0\ ou\ x^2=3\Leftrightarrow x=0\ ou\ x=\sqrt{3}ou\ x=-\sqrt{3}$

Donc : $S=\left\{-\sqrt{3};0;\sqrt{3}\right\}$

4) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-x\right)'=\frac{1}{3}3x^2-1=x^2-1=x^2-1^2=(x-1)(x+1)$

5) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=(x-1)(x+1)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow x-1=0\ ou\ \ x+1=0\Leftrightarrow x=1\ ou\ \ x=-1$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x)=x^2-1\ \ a=1\succ 0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;-1]$ et sur $[1;+\infty[$

Et f est une fonction strictement décroissante dans $[-1;1]$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$2/3$	$\searrow$	$-2/3$	$\nearrow$	$+\infty$

On a : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x$

$f(1)=\frac{1}{3}1^3-1=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$

$f(-1)=\frac{1}{3}(-1)^3+1=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$

6) la droite (T) est la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

7) Détermination de l'équation de (T) la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x-a)$

On a : $a=0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(0) + f'(0)(x-0)$

On a : $f(0)=0$ Et on a : $f'(x) = x^2 - 1$

Donc : $f'(0) = 0^2 - 1 = -1$

Donc : $(T): y = 0 - 1(x-0)$

Donc : $(T): y = -x$

8) Résolution dans $\mathbb{R}$ L'inéquation : $f(x) \geq -x$

Résolution algébrique : $f(x) \geq -x \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 - x \geq -x \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 \geq 0 \Leftrightarrow 3\times\frac{1}{3}x^3 \geq 3\times 0 \Leftrightarrow x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Donc : $S = [0; +\infty[$

Résolution graphique : $f(x) \geq -x$

La courbe (C_f) est au-dessus de la tangente (T) si $x \in [0; +\infty[$

Donc : $S = [0; +\infty[$

Exercice3 : 4points (1pt +2pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_{10} = 35$ et $u_6 = 23$

Et soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 2^{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Vérifier que la raison r de cette suite est 3 et que : $u_0 = 5$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_{1996} + u_{1997} + \cdots + u_{2013}$

3) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 8$

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2$ $u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 10 et p=6 on a : $u_{10} = u_6 + (10-6)r$

Donc : $u_{10} = u_6 + 4r$

Donc : $35 = 23 + 4r \Leftrightarrow 4r = 35 - 23 \Leftrightarrow 4r = 12 \Leftrightarrow r = \frac{12}{4} = 3$

On a : $u_n = u_0 + nr$ donc : $u_6 = u_0 + 6r$

Donc : $23 = u_0 + 6\times 3$

Donc : $23 - 18 = u_0$

Donc : $u_0 = 5$

2) Calcul de la somme suivante : $S = u_{1996} + u_{1997} + \cdots + u_{2013}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 5$ et sa raison $r = 3$

$$S = u_{1996} + u_{1997} + \cdots + u_{2013} = (2013 - 1996 + 1)\frac{u_{1996} + u_{2013}}{2} = 18\frac{u_{1996} + u_{2013}}{2}$$

On a : $u_n = u_0 + nr = 5 + 3n$

Donc : $u_{1996} = 5 + 1996 \times 3 = 5 + 5988 = 5993$

Et $u_{2013} = 5 + 2013 \times 3 = 5 + 6039 = 6044$

$$S = 18\frac{5993+6044}{2} = 18\frac{12037}{2} = 9 \times 12037 = 228703$$

3)On a : $v_n = 2^{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2^{u_{n+1}}}{2^{u_n}} = 2^{u_{n+1}-u_n} = 2^3 = 8 = q$

Par suite : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 8$

Exercice4 : 3points (1.5pt +1.5pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges

On tire au hasard **2** boules successivement et avec remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega = ?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges

4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1)

Le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = 7 \times 7 = 7^2 = 49$

1ier tirage	**2er tirage**
7	7

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est : $3 \times 3 = 3^2 = 9$

1ier tirage	**2er tirage**
B 3	B 3

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est :

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

1ier tirage	**2er tirage**
R 4	R 4

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

OU c'est : **+**

1ier tirage	**2er tirage**
B 3	B 3

Ou

1ier tirage	**2er tirage**
R 4	R 4

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

ET c'est : **X** mais attention à l'ordre

1^{ier} tirage	2^{er} tirage
B 3	R 4

OU

1^{ier} tirage	2^{er} tirage
R 4	B 3

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : $3\times4+4\times3=12+12=24$
Methode2 : 49 -25= **24** possibilités

Et f est une fonction strictement décroissante dans $[-2;2]$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2014(Session Normale)

Exercice1 : 4points (1pt +1pt +2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-5x+6=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-5x+6\leq 0$

3) Déterminer x et y tel que : $\begin{cases}7x-5y=8\\x+y=5\end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-5x+6=0$: a = 1, b =-5 et c = 6

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$ et $x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$

Donc : $S=\{2;3\}$

2) $x^2-5x+6\leq 0$

Les racines sont : $x_1=3$ et $x_2=2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		+	0	−	0	+	

D'où : $S=[2;3]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}7x-5y=8\\x+y=5\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}7x-5y=8\\x+y=5\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 2iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases}7x-5y=8\\y=5-x\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $5-x$ dans la 1iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}7x-5(5-x)=8\\y=5-x\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}7x-25+5x=8\\y=5-x\end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases}12x=8+25\\y=5-x\end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases}12x=33\\y=5-x\end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases}x=\dfrac{33}{12}\\y=5-\dfrac{33}{12}\end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases}x=\dfrac{33}{12}\\y=\dfrac{60-33}{12}=\dfrac{27}{12}\end{cases}$

Exercice2 : 3points (1pt +1pt +1pt)

1)Un propriétaire de magasin a réduit le prix d'une chemise de 30% pour que son prix après la réduction soit de 140DH

Calculer le prix de la chemise avant la réduction

2)Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires

On tire successivement et sans remise 3 boules de cette urne.

a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?

Solution :1) Soit M l'ancienne prix

Donc : $M - M \times \frac{30}{100} = 140$

Il reste à résoudre l'équation :D'où : $M - 0.3M = 140$

D'où : $M(1-0.3) = 140$

D'où : $0.7M = 140$

Ainsi : $M = \frac{140}{0.7} = 200dh$

Régle : $M\left(1-\frac{t}{100}\right) = N$ avec M l'ancienne prix et N Le nouveau prix

2) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de a éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_9^3 = 9\times8\times7 = 504$

b) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :
$A_5^3 + A_4^3 = 5\times4\times3 + 4\times3\times2 = 60 + 24 = 84$

<u>Exercice3 :</u> 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -3$et $u_{10} = -20$

1) Vérifier que : $u_0 = 10$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{2}{3^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(v_n)_n$ une suite géométrique et déterminer sa raison

Solution :1) On a : $\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2$ $u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 10 et p=0 on a :$u_{10} = u_0 + (10-0)r$

Donc : $-20 = u_0 + 10\times(-3)$

Donc : $-20 = u_0 - 30$ c'est-à-dire : $-20 + 30 = u_0$

Donc : $10 = u_0$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 10 - 3n$

Donc : $u_n = 10 - 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\dfrac{u_0 + u_{10}}{2}$

$$S = 11\frac{10 + (-20)}{2} = 11\frac{-10}{2} = 11 \times (-5) = -55$$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{2}{3^{n+1}}}{\frac{2}{3^n}} = \frac{2}{3^{n+1}} \times \frac{3^n}{2} = \frac{3^n}{3^{n+1}} = \frac{3^n}{3^n \times 3^1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3} = q$$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

Exercice4 : 9points (1pt +2pt +2pt +1pt+ +1pt +1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(-1)$

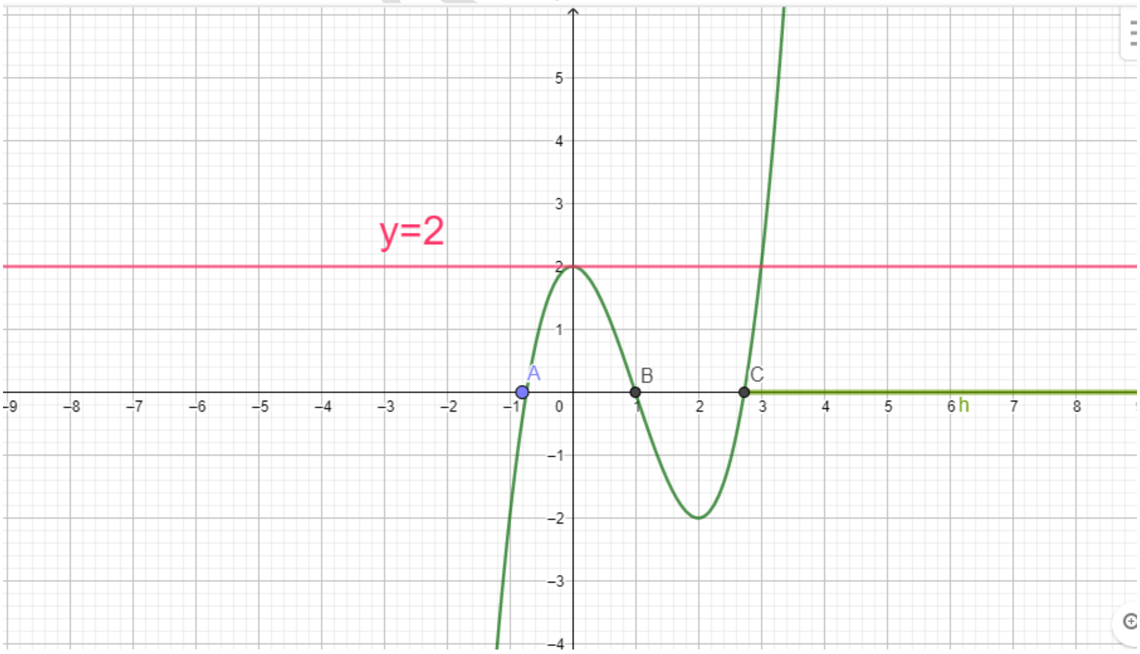
2) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3) a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 3x(x-2)$

b) Etudier les variations de f sur $[0;2]$

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

4) la courbe (C_f) ci-dessous la courbe de f



a) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 0$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \succ 2$

Solution : 1) Calcul de : $f(0)$ *et* $f(-1)$

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Donc : $f(0) = 0^3 - 3\times 0^2 + 2 = 0 + 2 = 2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3\times(-1)^2 + 2 = -1 - 3 + 2 = -2$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 - 3x^2 + 2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 3x^2 + 2 = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3) a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)' = 3x^2 - 3\times 2x + 0 = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

b) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 3x(x-2)$

$x \in [0;2] \Leftrightarrow 0 \le x \le 2 \Leftrightarrow 0 \le 3x \le 6$ et $x - 2 \le 0$

Donc : $f'(x) = 3x(x-2) \le 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

c) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 ?
L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On a : $a = 1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1
Est : $(T): y = f(1) + f'(1)(x - 1)$

On a : $f(1) = 1^3 - 3\times 1^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$ Et on a : $f'(x) = 3x(x-2)$

Donc : $f'(1) = 3\times 1(1-2) = -3$

Donc : $(T): y = 0 - 3(x - 1)$

Donc : $(T): y = -3x + 3$

4)a) Pour Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$

Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection de la courbe de (C_f) et l'axe
Des abscisses.

Graphiquement l'équation : $f(x) = 0$ admet 3 solutions car la courbe coupe (Ox) 3 fois

4)b) Résolution graphique de l'inéquation $f(x) \succ 2$:

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y = 2$ si $x \succ 3$

Donc : graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) \succ 2$ est : $S =]3;+\infty[$

Région de Guelmim Oued Noun

2014 (Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt +1pt +2pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2+6x+8=0$

b) en déduire que l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $x^2+6x+8\geq 0$ est $S=]-\infty;-4]\cup[-2;+\infty[$

2)Dans une entreprise agricole il Ya 70 femmes employées, représentant 40 % de la totalité des travailleurs dans l'entreprise
Déterminer le nombre total de travailleurs dans cette entreprise

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

Solution : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2+6x+8=0$: a = 1, b =6 et c = 8
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times 8 = 36 - 32 = 4$
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-6+\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{-6+2}{2}=\frac{-4}{2}=-2$ et $x_2=\frac{-6-\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{-6-2}{2}=\frac{-8}{2}=-4$

Donc : $S=\{-4;-2\}$

b) $x^2+6x+8\geq 0$
Les racines sont : $x_1=-2$ et $x_2=-4$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-4		-2		$+\infty$
x^2+6x+8		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=]-\infty;-4]\cup[-2;+\infty[$

2) soit x le nombre total de travailleurs dans cette entreprise
On a : 40% de femmes employées

Donc : $x\times\frac{40}{100}=70$

Donc : $40x=70\times 100$

Donc : $x=\frac{70\times 100}{40}=\frac{70\times 10}{4}=\frac{700}{4}=175$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+2y=4 & \times 2(1) \\ 2x+3y=1 & (2) \end{cases}$

$(2)+(1)$ $-2x+2y+2x+3y=4+1$

Équivaut à : $5y=5$

Équivaut à : $y=\frac{5}{5}=1$ et on remplace dans : $-x+y=2$

Équivaut à : $-x+1=2$

Équivaut à : $-x=1$

Équivaut à : $x=-1$

Donc : $S=\{(-1,1)\}$

Exercice 2 : 4points (1pt +1pt +0.75pt +0.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0=11$ et $u_{n+1}-u_n=3$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) a) Vérifier que $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=3$

b) Déduire que : $u_n=3n+11$ $\forall n\in\mathbb{N}$

c) Déterminer n si on a : $u_n=2015$

3) Montrer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{30}$ est égale a : 1736

Solution :1) a) On a : $u_{n+1}-u_n=3$

Donc : $u_{n+1}=u_n+3$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=3$

b) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=11$ et sa raison $r=3$

Donc : $u_n=u_0+nr=11+3n$

Donc : $u_n=3n+11$ $\forall n\in\mathbb{N}$

c) Déterminons n si on a : $u_n=2015$

On a : $u_n=2015$ donc : $11+3n=2015$

Donc : $3n=2015-11=2004$

Donc : $\boxed{n=\frac{2004}{3}=668}$ remarque : $u_{668}=2015$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$S=u_0+u_1+\cdots+u_{30}=(30-0+1)\frac{u_0+u_{30}}{2}$

On a : $u_n=3n+11$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{30}=3\times 30+11=90+11=101$

$S=31\frac{11+101}{2}=31\frac{112}{2}=31\times 56=1736$

Exercice3 : 2points (0.75pt +0.75pt +0.5pt)

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules vertes.
On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est :10
2) Montrer que le nombre de possibilités contenant exactement deux boules rouges et une boule verte est : 6
3) Combien y a-t-il de possibilités contenant trois boules rouges ?

Solution :1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!} = \dfrac{A_n^p}{p!}$

Dans l'urne il Ya :5 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_5^3 = \dfrac{A_5^3}{3!} = \dfrac{5\times4\times3}{3\times2} = \dfrac{5\times2\times2\times3}{6} = 5\times2 = 10$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

2) Tirer deux boules rouges **et** une boule verte signifie : $C_3^2 \times C_2^1$

Remarque : et c'est : **x**

Donc : le nombre de tirages contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

Est : $C_3^2 \times C_2^1 = 3\times2 = 6$ car $C_3^2 = \dfrac{A_3^2}{2!} = \dfrac{3\times2}{2\times1} = \dfrac{6}{2} = 3$ et $C_2^1 = 2$

Remarque : $C_n^1 = n$

3) le nombre de tirages contenant 3 boules rouges est : $C_3^3 = 1$

Exercice4 : 8points (1pt +3pt +1.5pt +1pt+ 1.5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$

1) a) Montrer que : $D_f =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ et

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = +\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty$

2) a) Montrer que : $\forall x \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x) = \dfrac{-3}{(x-1)^2}$

b) Donner le tableau de variations de f sur D_f

3) Montrer que : l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 est :
$(T): y = -3x + 11$

Solution : 1) a) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x - 1 \neq 0\}$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Donc : $D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

a) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{2x+1}{x-1}$ On a: $\lim\limits_{x\to1^+} 2x+1 = 2+1 = 3$ et $\lim\limits_{x\to1^+} x-1 = 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to 1^+} x-1=0^+$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} 2x+1=3$

Donc : $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} x-1=0^-$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} 2x+1=3$

Donc : $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$

2)a) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}$; $f'(x)=\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)'=\frac{(2x+1)'(x-1)-(2x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}=\frac{2(x-1)-1\times(2x+1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x-2-2x-1}{(x-1)^2}=\frac{-3}{(x-1)^2}$$

b) $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}\prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;1[$ et sur $]1;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 2$

3) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T):y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2

Est : $(T):y=f(2)+f'(2)(x-2)$

On a : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

Donc : $f(2)=\dfrac{2\times2+1}{2-1}=\dfrac{5}{1}=5$ Et on a : $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$

Donc : $f'(2)=\dfrac{-3}{(2-1)^2}=\dfrac{-3}{1^2}=-3$

Donc : $(T):y=5-3(x-2)$

Donc : $(T):y=5-3x+6$

Donc : $(T):y=-3x+11$

Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2014(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1pt +0.5pt +1pt +1.5pt +1pt+1pt)

1)Le nombre de filles et de garçons dans une établissement scolaire est 1640
Calculer le nombre de garçons et de filles dans cet établissement sachant que le pourcentage des filles est 35%

2)Soit dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2+7x+5=0$

a) Vérifier que le discriminent de cette équation est : $\Delta=9$

b) En déduire les deux solutions de cette équation

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2+7x+5\leq 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=38 \\ x+2y=55 \end{cases}$

b) Un immeuble comprend 38 appartements de deux catégories : des appartements de deux pièces et des appartements de quatre pièces.
Déterminez le nombre d'appartements de chaque catégorie, si on sait que le nombre total de pièces dans cet immeuble est de 110

Solution :a) le pourcentage des garçons est :100% -35% = 65%

Le nombre des garçons est :$G=1640\times\frac{65}{100}=1066$

b) Dans ce lycée 35 % sont des filles

Donc : le nombre de filles est :$F=1640\times\frac{35}{100}=574$

2)a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2+7x+5=0$: a = 2, b =7 et c = 5

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 2 \times 5 = 49-40 = 9$.

b) Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-7+\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-7+3}{4}=\frac{-4}{4}=-1$ et $x_2=\frac{-7-\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-7-3}{4}=\frac{-10}{4}=-\frac{5}{2}$

c) $2x^2+7x+5\leq 0$

Les racines sont : $x_1=-1$ et $x_2=-\frac{5}{2}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-5/2$		-1		$+\infty$
$2x^2+7x+5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left[-\frac{5}{2};-1\right]$

3) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=38\ (1) \\ x+2y=55\ (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x+y=38 \\ x+2y=55 \end{cases}$ Équivaut à : $(2)-(1)$ $x+2y-x-y=55-38$

Équivaut à : $y=17$ et on remplace dans : $x+y=38$

$x=38-17=21$ C'est à dire : $\begin{cases} x=21 \\ y=17 \end{cases}$

Donc : $S=\{(21,17)\}$

b) soient : x le nombre des appartements de deux pièces et y le nombre des appartements de quatre pièces

Puisqu'il Ya 38 appartements des deux catégories alors : $x+y=38\ (1)$

Puisque le nombre total de pièces dans cet immeuble est de 110 alors : $2x+4y=110$

Donc : le nombre total de pièces dans cet immeuble est : $x+2y=55$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=38\ (1) \\ x+2y=55\ (2) \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x=21 \\ y=17 \end{cases}$

Donc : Le nombre des appartements de deux pièces est : 21

Le nombre des appartements de quatre pièces est : 17

Exercice2 : 4points (1pt +2pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1=-2$ et $u_2=3$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $r=5$

2) Calculer u_0 et Vérifier que : $u_{17}=78$

3) Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{17}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_1=-2$ et $u_2=3$

Donc : sa raison est : $r=u_2-u_1=3-(-2)=3+2=5$

Donc : $r=5$

2) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc on a : $u_1=u_0+r$

Donc : $-2=u_0+5$

Donc : $-2-5=u_0$

Donc : $u_0=-7$

Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=-7$ et sa raison $r=5$

Donc : $u_n=u_0+nr=-7+5n$

$u_n=-7+5n$ Donc : $u_{17}=-7+17\times5=-7+85=78$

3) Calcul de la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{17}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$S=u_1+u_2+\cdots+u_{17}=(17-1+1)\frac{u_1+u_{17}}{2}=17\frac{-2+78}{2}=17\frac{76}{2}=17\times38=646$$

Exercice3: 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 5 boules vertes et 4 boules blanches.

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est : 84

2) Combien y a-t-il de tirages contenant exactement deux boules de même couleur ?

Solution :1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p tirages possibles

1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_9^3 = \frac{A_9^3}{3!} = \frac{9\times8\times7}{3\times2} = \frac{3\times3\times2\times4\times7}{3\times2} = 3\times4\times7 = 84$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 84.

3) Tirer 2 boules exactement de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches et une verte
OU tirer 2 boules verte et une blanche
OU tirer 2 boules noires **OU** c'est : **+** **et** c'est : **x**
Le nombre de possibilités de tirer exactement 2 boules de mêmes couleurs est :
$C_4^2\times C_5^1 + C_5^2\times C_4^1$

$C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4\times3}{2} = 6$ et $C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5\times4}{2} = 10$ et $C_4^1 = 4$ et $C_5^1 = 5$

Remarque : $C_n^1 = n$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer exactement 2 boules de mêmes couleurs est :
$6\times5+10\times4=30+40=70$

Exercice4 : 2points (1pt +1pt)

1) Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{2x+1}$ b) $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{1}{2x-4}$

2) Calculer la dérivée de la fonction : $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

Solution : 1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{2x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{2x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty}5x^2 = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{1}{2x-4} = ?$ On a : $\lim\limits_{x\to2^-} 2x-4 = 0^-$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2x-4$	$-$	0	$+$

Donc : $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{1}{2x-4} = -\infty$

2) Calcul de : $f'(x) = \left(\frac{2x}{x^2+1}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{2x}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x)'(x^2+1)-(2x)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2(x^2+1)-2x\times2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2+2-4x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$$

Donc : $f'(x)=\frac{-2\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ $\forall x\in\mathbb{R}$

Exercice5 : 6points (1pt +1pt +0.75pt+0.75pt+1pt +1pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3+3x+2$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=3x^2+3$

b) Montrer que f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$
et Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

3) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

4) a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe (C_f) de f au point d'abscisse 0

b) Tracer la courbe (C_f).

c) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=0$

Solution : 1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3+3x+2=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+3x+2=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

2) a) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(x^3+3x+2\right)'=3x^2+3$

b) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=3x^2+3\succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$
le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

3) $f(x)=x^3+3x+2$

$f(0)=0^3+3\times0+2=0+0+2=2$

$f(1)=1^3+3\times1+2=1+3+2=6$

$f(-1)=(-1)^3+3\times(-1)+2=-1-3+2=-2$

4) a) L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T):y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T):y=f(0)+f'(0)(x-0)$

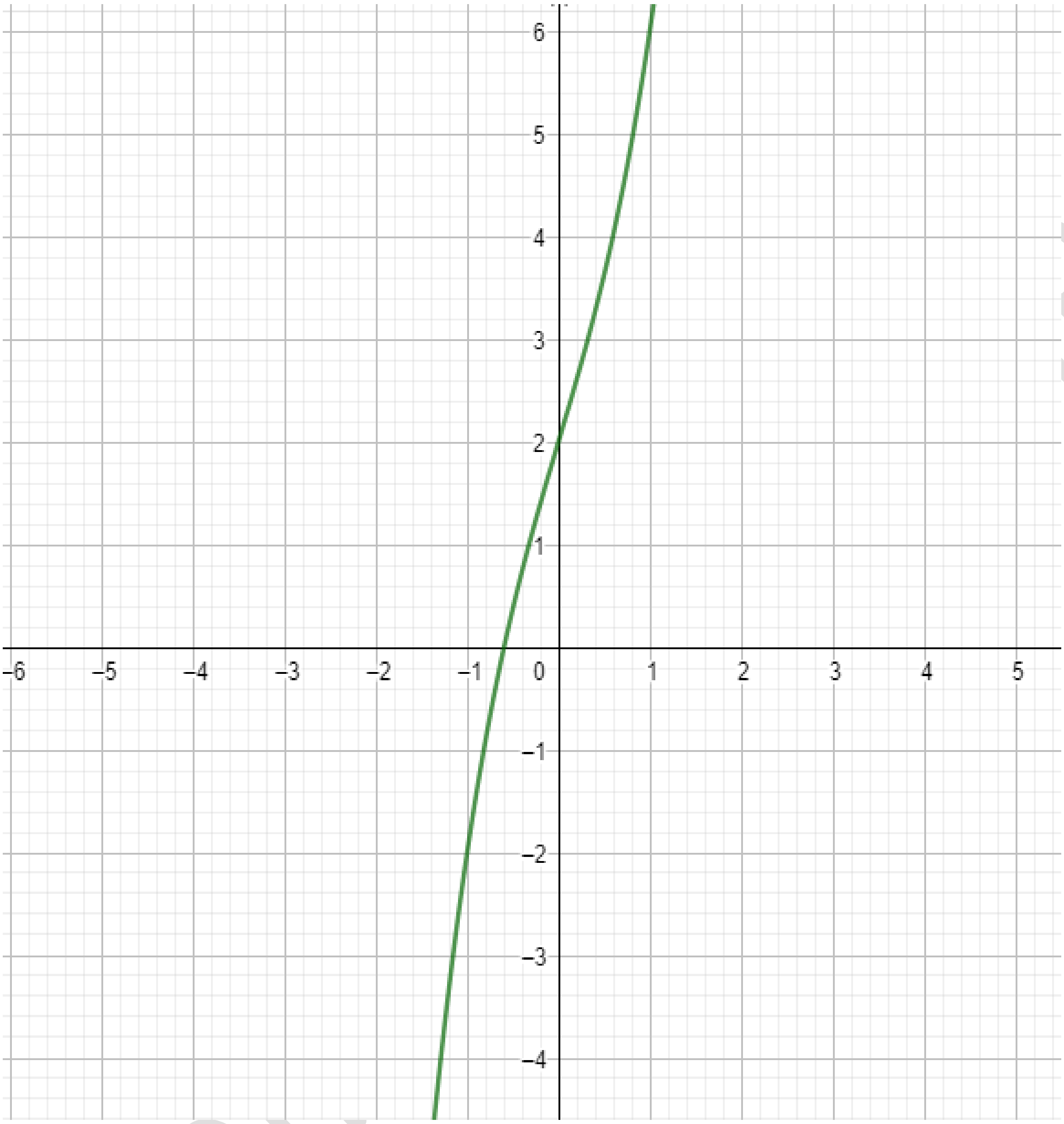
On a : $f(0)=0^3+3\times0+2=0+0+2=2$

Et on a : $f'(x)=3x^2+3$

Donc : $f'(0)=3\times0^2+3=3$

Donc : $(T):y=2+3(x-0)$ Donc : $(T):y=2+3x$

b) La courbe (C_f). :



c) Graphiquement l'équation : $f(x)=0$ admet une seule solution car la courbe de f coupe l'axe des abscisses en un seul point

Région de chawia wardira
2014(Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +1pt +2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 8x + 12 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 8x + 12 \prec 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

4)Les femmes constituent un pourcentage de 52% de la population d'un village
Si vous savez que le nombre total d'habitants de ce village est 550
Calculer le nombre de femmes dans ce village

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 8x + 12 = 0$: a = 1, b =-8 et c = 12
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{8+\sqrt{16}}{2\times1} = \frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$ et $x_2 = \frac{8-\sqrt{16}}{2\times1} = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$

2) $x^2 - 8x + 12 \prec 0$
Les racines sont : $x_1 = 6$ et $x_2 = 2$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$x^2-8x+12$		+	0	−	0	+	

D'où : $S =]2;6[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x - 2y = -12 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

Donc : $(2)+(1)$ $-2x - 2y + 2x - 3y = -12 + 2$

Équivaut à : $-5y = -10$

Équivaut à : $y = \frac{-10}{-5} = 2$ et on remplace dans : $x + y = 6$

Équivaut à : $x + 2 = 6$ C'est à dire : $x = 6 - 2 = 4$

Donc : $S = \{(4,2)\}$

4)Le pourcentage des femmes est : 52%

Donc Le nombre de femmes est : $F = 550 \times \frac{52}{100} = 286$

Exercice2 : 4points (1pt +1.5pt+1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de premier terme : $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{19}$

Solution :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$ Alors : $u_1 = u_0 + r = 4 + 10 = 14$ et $u_2 = u_1 + r = 14 + 10 = 24$

2) Puisque $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 4$ et sa raison $r = 10$

Alors : $u_n = u_0 + nr$

Donc : $u_n = 4 + 10n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{19} = 4 + 10\times 19 = 4 + 190 = 194$

3) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{19}$

$$S = (le\ nombre\ de\ termes)\frac{le\ premier\ terme + le\ dernier\ terme}{2}$$

$le\ nombre\ de\ termes = 19 - 0 + 1 = 20$

Donc : $S = 20\frac{u_0 + u_{19}}{2} = 10(4 + 194) = 10\times 198 = 1980$

Exercice3 : 8points (1pt +2pt +1pt+1pt+1.5pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 1$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

4) a) calculer : $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ avec f' la fonction dérivée de f

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire que f est croissante sur D_f

5)Vérifier que : $f'(0) = 0$ et montrer que : $y = 1$ c'est l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

6) Donner le tableau de variations de f sur D_f

7) Tracer la courbe (C_f) et la droite : $(D): y = 1$ dans le même repère

Solution : 1) $f(x) = x^3 + 1$

On a : $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^3 + 1 = \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3 + 1 = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3) Calcul de : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

On a : $f(x) = x^3 + 1$

Donc : $f(0) = 0^3 + 1 = 0 + 1 = 1$ et $f(1) = 1^3 + 1 = 1 + 1 = 2$ et $f(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0$

4) a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = (x^3 + 1)' = 3x^2 + 0 = 3x^2$

b) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 3x^2 \geq 0$

Donc : f est une fonction croissante dans $\mathbb{R}$

5) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 3x^2$

Donc : $f'(0) = 3\times 0^2 = 3\times 0 = 0$

L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(D): y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On a : $a = 0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(D): y = f(0) + f'(0)(x - 0)$

On a : $f(0) = 1$ et $f'(0) = 0$

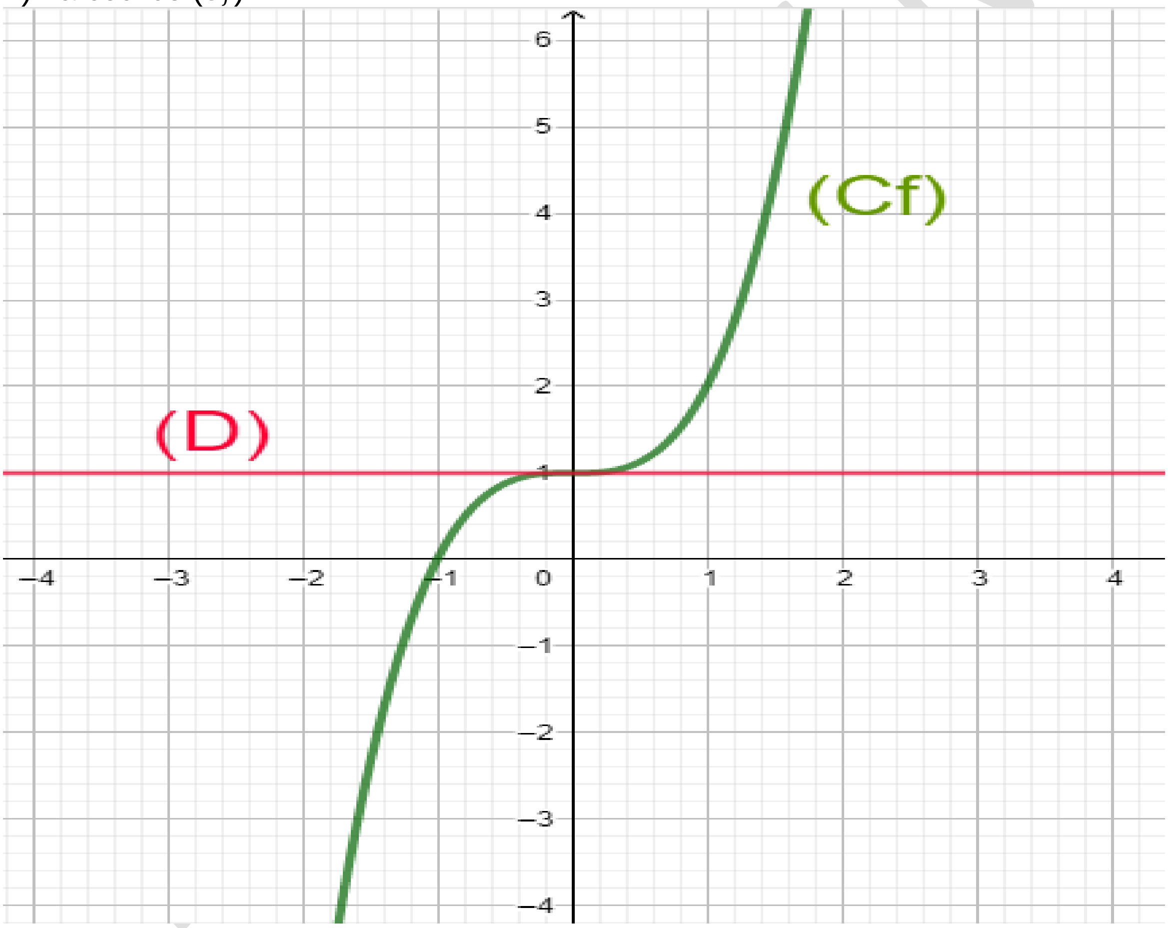
Donc : $(D): y = 1 + 0(x - 0)$

Donc : $(D): y = 1$

6) le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

7) La courbe (C_f). :



Exercice4 : 2points (1pt +1pt)

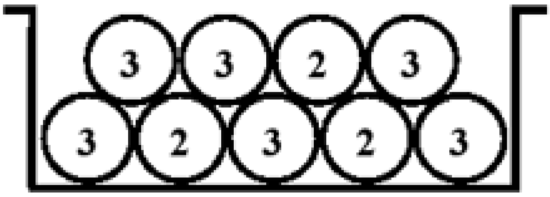
Une urne contient 9 boules numérotées :

3 boules portent le numéro 2 et 6 boules portent le numéro 3

On tire 2 boules de l'urne simultanément

1. Montrer que le nombre de tirages possibles est 36
2. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 ?

Solution :



1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 9 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est : $C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9\times8}{2\times1} = \frac{72}{2} = 36$

2)Pour que la somme des numéros des boules tirées soit 5 il suffit de tirer 1 boules qui porte le numéro 2 et tirer 1 boule qui porte le numéro 3

Donc : le nombre est : $C_3^1 \times C_6^1 = 3\times6 = 18$

Région de l'oriental

(Oujda Nador Jerada Laâyoune)

2015(Session Normale)

Exercice1 : 4points (1.5pt +1pt +1.5pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 11x + 24 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 11x + 24 \leq 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 38 \end{cases}$

b) Ahmed et Maryam ont organisé une fête à l'occasion de leur réussite à l'examen.
Si le nombre d'amis invités par Maryam était de 6 de moins que ceux invités par Ahmed, et le nombre total d'amis invités était de 38.
Combien de personnes ont invitées chacune ?

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 11x + 24 = 0$: a = 1, b =-11et c = 24
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{11+\sqrt{25}}{2\times1} = \frac{11+5}{2} = \frac{16}{2} = 8$ et $x_2 = \frac{11-\sqrt{25}}{2\times1} = \frac{11-5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

2) $x^2 - 11x + 24 \leq 0$
Les racines sont : $x_1 = 3$ et $x_2 = 8$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		3		8		$+\infty$
$x^2-11x+24$		+	0	−	0	+	

D'où : $S = [3;8]$

3) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 38 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 38 \end{cases}$ Équivaut à : $(2)+(1)$ $x - y + x + y = 6 + 38$

Équivaut à : $2x = 44$ Équivaut à : $x = 22$ et on remplace dans : $x + y = 38$
Équivaut à : $22 + y = 38$ C'est à dire : $y = 38 - 22 = 16$

Donc : $S = \{(22,16)\}$

b) soient : x le nombre d'amis invités par Ahmed et y le nombre d'amis invités par Maryam
Puisqu'il le nombre d'amis invités par Maryam était de 6 de moins que ceux invités par Ahmed alors : $x - y = 6$ (1)

Puisque le nombre total d'amis invités était de 38. Alors : $x + y = 38$ (2)

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x - y = 6 \; (1) \\ x + y = 38 \; (2) \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x = 22 \\ y = 16 \end{cases}$

Donc : le nombre d'amis invités par Ahmed est : 22
Le nombre d'amis invités par Maryam est : 16

Exercice2 : 4points (1.5pt +1pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 11$

1) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_{50} = 211$

2) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2015$

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 11$ et sa raison $r = 4$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 11 + 4n$

$u_n = 11 + 4n$ Donc : $u_{50} = 11 + 4\times 50 = 11 + 200 = 211$

2) On a : $u_n = 2015$ donc : $11 + 4n = 2015$

Donc : $4n = 2015 - 11$

Donc : $n = \frac{2004}{4} = 501$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50} = (50 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{50}}{2}$

$S = 51\frac{11+211}{2} = 51\frac{222}{2} = 51\times 111 = 5661$

Exercice3 : 4points (2pt +2pt)

Soient les fonctions g et h définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R} - \{1\}$ par :

$g(x) = x^3 + 2x$ et $h(x) = \frac{x-2}{x-1}$

1) Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ c) $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x)$

2) Calculer : $g'(x)$ et $h'(x)$

Solution : 1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 + 2x = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x-2}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{x} = 1$

c) $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \frac{x-2}{x-1}$ On a : $\lim\limits_{x\to 1^+} x - 2 = 1 - 2 = -1$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} x - 1 = 0^+$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$x-1$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x) = -\infty$

2) a) Calcul de : $g'(x)$

$g'(x) = (x^3 + 2x)' = 3x^{3-1} + 2$

$g'(x) = 3x^2 + 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) Calcul de : $h'(x)=\left(\frac{x-2}{x-1}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$h'(x)=\left(\frac{x-2}{x-1}\right)'=\frac{(x-2)'(x-1)-(x-2)(x-1)'}{(x-1)^2}=\frac{1(x-1)-1\times(x-2)}{(x-1)^2}$$

$$h'(x)=\frac{x-1-x+2}{(x-1)^2}=\frac{1}{(x-1)^2}$$

Donc : $h'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$ $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}$

Exercice4 : 4points (1pt +0.5pt +0.75pt +1pt +0.75pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=4x^2-4x-3$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=4(2x-1)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variations de f

3) Déterminer les points d'intersections de la courbe de f avec l'axe des abscisses

4) Tracer la courbe (C_f) de f

Solution : 1)On a : $f(x)=4x^2-4x-3$ donc : $f(0)=4\times0^2-4\times0-3=0-0-3=-3$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\left(\frac{1}{2}\right)-3=4\times\frac{1}{4}-\frac{4}{2}-3=1-2-3=-4$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}4x^2-4x-3=\lim_{x\to+\infty}4x^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}4x^2-4x-3=\lim_{x\to-\infty}4x^2=+\infty$$

2)a) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(4x^2-4x-3\right)'=4\times2x-4+0=8x-4=4(2x-1)$

4) $f'(x)=0\Leftrightarrow4(2x-1)=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x)=8x-4$ $a=8\succ0$

x	$-\infty$ $1/2$ $+\infty$
$8x+4$	$-$ 0 $+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-4	↗ $+\infty$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-4$

3) Déterminons les points d'intersections de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Sont les solutions de l'équation : $f\left(x\right)=0$

$f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 4x^{2}-4x-3=0$

Calculons le discriminant de l'équation $4x^{2}-4x-3=0$: a = 4, b= -4 et c = -3

Donc : Δ = b^2 – 4ac = (-4)^2 – 4 x 4 x (-3) = 16+48=64

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{4+\sqrt{64}}{2\times4}=\frac{4+8}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ et $x_2=\frac{4-\sqrt{64}}{2\times4}=\frac{4-8}{8}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$

Donc : les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(\frac{-1}{2};0\right)$ et $B\left(\frac{3}{2};0\right)$

4) La courbe (C_f). :

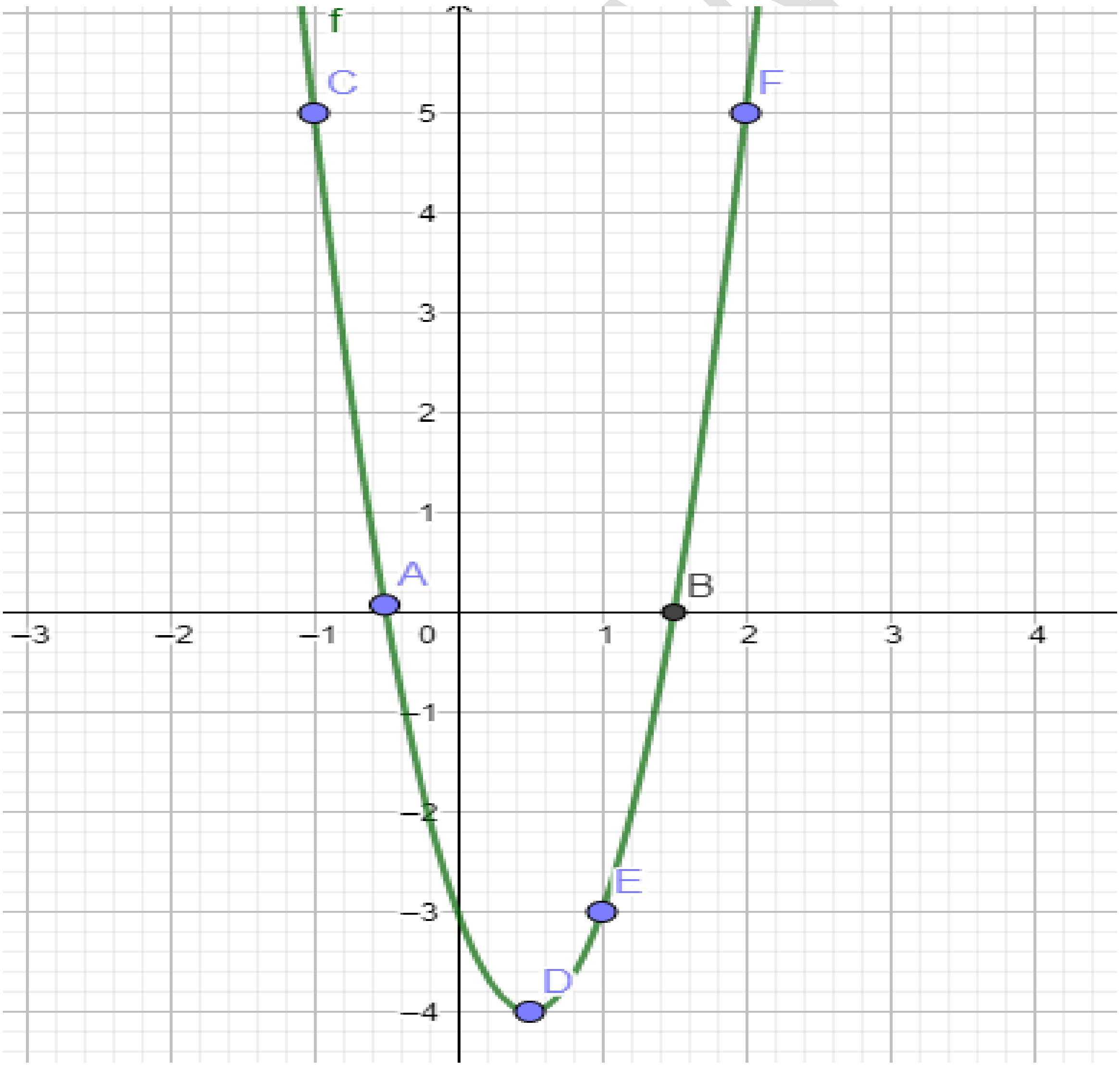
Pour construire la courbe représentative $\left(C_f\right)$ on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1/2	1	2
f(x)	5	-1	-4	-3	5

$f\left(-1\right)=4\times\left(-1\right)^{2}-4\times\left(-1\right)-3=4+4-3=5$

$f\left(2\right)=4\times2^{2}-4\times2-3=16-8-3=5$

$f\left(1\right)=4\times1^{2}-4\times1-3=4-4-3=-3$



Exercice5 : 3points (1pt +1pt +1pt)
Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules noires indiscernables au toucher
1)Déterminer le pourcentage des boules blanches dans l'urne
2)On tire simultanément 2 boules de cette urne.
a) Vérifier que le nombre de tirages possibles est 10
b) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution : 1) le pourcentage des boules blanches dans l'urne est : $\frac{2}{5}\times 100=\frac{200}{5}=40\%$

2)a) Dans l'urne il Ya :5 boules et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega=C_5^2=\frac{A_5^2}{2!}=\frac{5\times 4}{2}=10$
Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

b) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules noires
OU c'est : **+**
Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $C_2^2+C_3^2$

$C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times 2}{2}=3$ et $C_2^2=1$ car :$C_n^n=1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $1+3=4$

Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
(Session Rattrapage) 2015

Exercice1 : 4points (1.5pt+1pt+1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que : sa raison $q=2$ et $u_5=96$

1) Vérifier que : $u_0=3$

2) Calculer : u_7

3) Calculer : $S=u_0+u_3+\cdots+u_7$

Solution : 1) On a : $(u_n)_n$ une suite géométrique :

Donc : $\forall n\in\mathbb{N}$; $u_n=q^n u_0$

Donc : $u_5=q^5u_0$

Donc : $96=2^5u_0$

Donc : $96=32\times u_0$

Donc : $u_0=\dfrac{96}{32}=3$

2) Calcul de : u_7

$u_7=q^7u_0=2^7\times 3=128\times 3=384$

3) Calcul de : $S=u_0+u_3+\cdots+u_7$

$$S=(\textit{le premier terme dans la somme})\frac{1-raison^{(\textit{le nombre de termes})}}{1-raison}$$

$\textit{le nombre de termes}=7-0+1=8$

Donc : $S=u_0\dfrac{1-2^8}{1-2}=3\dfrac{1-256}{-1}=(-3)\times(-255)=765$

Exercice2 : 5points (1.5pt +1.5pt +1pt +1pt)

1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-2x-15=0$

2) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases}x+y=50\\2x-y=10\end{cases}$

b) 50 cyclistes dans les deux catégories : les enfants et adultes

Déterminer le nombre de coureurs de chaque catégorie si vous savez que deux fois le nombre de participants de la catégorie enfants dépasse de 10 le nombre de participants de la catégorie adulte

Solution :1) Le discriminant de $x^2-2x-15=0$ est

Δ = $(-2)^2$ – 4 x 1 x (-15) =4 + 60 = 64 et ses solutions sont :

$x_1=\dfrac{-(-2)+\sqrt{64}}{2\times1}=\dfrac{2+8}{2}=\dfrac{10}{2}=5$ et $x_1=\dfrac{-(-2)-\sqrt{64}}{2\times1}=\dfrac{2-8}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S=\{-3;5\}$

2) a) Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 2x-y=10 \end{cases}$$

Donc : $x+y+2x-y=50+10$

Équivaut à : $3x=60$

Donc : $x=\frac{60}{3}=20$ et on remplace dans : $x+y=50$

$y=50-20=30$

Donc : $S=\{(20,30)\}$

b) Soit x le nombre d'enfants et y le nombre d'adultes.
On sait que :

- 50 cyclistes dans les deux catégories : cette donnée s'écrit : x + y = 50
- Deux fois le nombre de participants de la catégorie enfants dépasse de 10 le nombre de participants de la catégorie adulte :
Ces données s'écrivent :2x - y = 10

On retrouve les deux équations de la question précédente : $\begin{cases} x+y=50 \\ 2x-y=10 \end{cases}$

C'est à dire : $\begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$

Par conséquent :
Les participants sont :20 enfants et 30 adultes.

Exercice3 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 6 boules numérotées comme suit :
1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4
On tire 2 boules de l'urne simultanément.
1) Quel est le nombre de tirages possibles ?
2) Quel est le nombre de tirages pour que les deux boules tirées soit pair ?

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 6 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est : $C_6^2=\frac{A_6^2}{2!}=\frac{6\times 5}{2\times 1}=15$

2)Pour que les deux boules tirées soit pair il suffit de tirer 2 boules parmi 3: (2 ; 2 ; 4)

Donc : le nombre est : $C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times 2}{2\times 1}=3$

Exercice4 : 1point

Le prix d'une caméra a diminué de 24 %, le nouveau prix est 760 dh
Quelle était Le prix de la caméra avant la diminution ?

Solution : Soit M l'ancienne prix

Donc : $M-M\times\frac{24}{100}=760$

Il reste à résoudre l'équation :D'où : $M-0.24M=760$

D'où : $0.76M=760$ Ainsi $M=\frac{760}{0.76}=1000dh$

Régle : $A\left(1-\frac{t}{100}\right)=N$

Exercice5 : 4points (2pt +2pt)

Soient les fonctions g et h définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}-\{2\}$ par :

$g(x)=5x^2-10x+1$ et $h(x)=\dfrac{2x-5}{x-2}$

1) Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ c) $\lim\limits_{x\to2^-} h(x)$

2) Calculer : $g'(x)$ *et* $h'(x)$

Solution : 1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 5x^2-10x+1=\lim\limits_{x\to+\infty} 5x^2=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

c) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x-5}{x-2}$

On a : $\lim\limits_{x\to2^-} 2x-5=4-5=-1$ et $\lim\limits_{x\to2^-} x-2=0^-$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=+\infty$

2) a) Calcul de : $g'(x)$

$g'(x)=\left(5x^2-10x+1\right)'=2\times5x^{2-1}-10+0$

$g'(x)=10x-10 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

b) Calcul de : $h'(x)=\left(\dfrac{2x-5}{x-2}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$h'(x)=\left(\dfrac{2x-5}{x-2}\right)'=\dfrac{(2x-5)'(x-2)-(2x-5)(x-2)'}{(x-2)^2}=\dfrac{2(x-2)-1\times(2x-5)}{(x-2)^2}$

$h'(x)=\dfrac{2x-4-2x+5}{(x-2)^2}=\dfrac{1}{(x-2)^2}$

Donc : $h'(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2} \quad \forall x\in\mathbb{R}-\{2\}$

Exercice6 : 4points (0.75pt +1.5pt+0.5pt+0.75pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=4x^3+5x-3$

1) Calculer : $f(0)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) a) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)$ avec f' la fonction dérivée de f

b) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

3) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(2x-1)(2x^2+x+3)$

b) Etudie l'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$

Solution : 1) On a : $f(x)=4x^3+5x-3$

Donc : $f(0)=4\times 0^3+5\times 0-3=0+0-3=-3$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^3+5x-3=\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 4x^3+5x-3=\lim\limits_{x\to-\infty} 4x^3=-\infty$

2) a) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(4x^3+5x-3\right)'=4\times 3x^2+5-0=12x^2+5$

b) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)=12x^2+5\succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

3) a) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(2x-1)(2x^2+x+3)$

$(2x-1)(2x^2+x+3)=2x\times 2x^2+2x\times x+2x\times 3-2x^2-x-3$

$(2x-1)(2x^2+x+3)=4x^3+2x^2+6x-2x^2-x-3$

$(2x-1)(2x^2+x+3)=4x^3+5x-3$

$(2x-1)(2x^2+x+3)=f(x)$

Donc : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(2x-1)(2x^2+x+3)$

b) Etudions l'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses :

Les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Sont les solutions de l'équation : $f(x)=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow (2x-1)(2x^2+x+3)=0$

$\Leftrightarrow 2x-1=0 \ ou\ \ 2x^2+x+3=0$

$2x-1=0 \Leftrightarrow 2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

$2x^2+x+3=0$

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times 2\times 3=1-24=-23\prec 0$

Donc cette équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$

$f(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

La courbe de f coupe l'axe des abscisses en un seul point : $A\left(\frac{1}{2};0\right)$

4) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$?

L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(T): y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=\frac{1}{2}$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$

Est : $(T): y = f\left(\frac{1}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

On a : $f(x) = 4x^3 + 5x - 3$

Donc : $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 5\left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 4\frac{1}{8} + 5\frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{6}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$

Et on a : $f'(x) = 12x^2 + 5$

Donc : $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 = \frac{12}{4} + 5 = 3 + 5 = 8$

Donc : $(T): y = 0 + 8\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Donc : $(T): y = 8x + 4$

Région de Béni Mellal Khénifra 2015(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt+2pt+1pt)
2015 béni Mellal khénifra

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-3x+2=0$

2) a) Vérifier que : $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-2x-3\leq 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x-y=16 \\ x+y=90 \end{cases}$

b) Ahmed a acheté un kilogramme de viande de poulet et un kilogramme de poisson pour un prix total de 90 DH, sachant que le prix d'un kilogramme de poisson dépasse le prix d'un kilogramme de poulet de 16DH.
Déterminer le prix d'un kilo de poisson et le prix d'un kilo de poulet.

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-3x+2=0$: a = 1, b =-3 et c = 2
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{3+\sqrt{1}}{2\times 1}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{1}}{2\times 1}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$

Par suite : $S=\{1;2\}$

2) a)

$$(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3$$
$$=x^2-2x-3$$

2)b) $(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \text{ ou } x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=3$

Les racines sont : $x_1=-1$ et $x_2=3$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)(x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-1;3]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x-y=16 \\ x+y=90 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
Donc : $(2)+(1)$ $x-y+x+y=16+90$

Équivaut à : $2x=106$

Équivaut à : $x=\frac{106}{2}=53$ et on remplace dans : $x+y=90$

Équivaut à : $53+y=90$ C'est à dire : $y=90-53=37$

Donc : $S=\{(53,37)\}$

2) Soit x le prix d'un kilo de poisson et y le prix d'un kilo de poulet
On sait que Ahmed a acheté un kilogramme de viande de poulet et un kilogramme de poisson pour un prix total de 90 DH donc : x + y = 90
On sait aussi que : le prix d'un kilogramme de poisson dépasse le prix d'un kilogramme de poulet de 16DH donc : x - y = 16

On retrouve les deux équations du système de la question précédente : $\begin{cases} x-y=16 \\ x+y=90 \end{cases}$

Par conséquent : le prix d'un kilo de poisson est :53
Le prix d'un kilo de poulet est :37

Exercice2 :3.5points (1pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=7$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Montrer que : $u_n=7n+3 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Et vérifier que : $u_{10}=73$

3) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{10}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=7$

a) $u_1=u_0+r=3+7=10$

b) $u_2=u_1+r=10+7=17$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=7$

Donc : $u_n=u_0+nr=3+7n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

$u_n=7n+3$ donc : $u_{10}=7\times10+3=70+3=73$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+\cdots+u_{10}=(10-0+1)\frac{u_0+u_{10}}{2}$$

$$S=11\frac{3+73}{2}=11\frac{76}{2}=11\times38=418$$

Exercice3: 3points (1pt +1pt +1pt)

Une urne contient 3 boules : 1boule rouge et 1boule Blanche et 1boule bleu
On tire au hasard **2** boules successivement et avec remise

1) Calculer : $3!$ *et* C_3^2

2) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega=?$)

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1) $3!=3\times2\times1=6$ et $C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times2}{2\times1}=\frac{6}{2}=3$

2)

1ier tirage	2er tirage
3	3

Le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega=3\times3=3^2=9$

3) tirer 2 boules de couleurs différentes :
(Attention à l'ordre)

1ier tirage	2er tirage
R 1	B 1

1ier tirage	2er tirage
B 1	R 1

1ier tirage	2er tirage
R 1	BL 1

1ier tirage	2er tirage
BL 1	R 1

1ier tirage	2er tirage
B 1	BL 1

1ier tirage	2er tirage
BL 1	B 1

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :
$1\times1+1\times1+1\times1+1\times1+1\times1+1\times1=6$

Exercice4 : 6.5points (2pt +1.5pt+1pt+1pt+1pt)

I) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\frac{1}{x}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x\succ0}} f(x)$

2) Calculer : $f'(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}^*$

II) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2x^2-8x+2$

1) Calculer : $g(0)$ et $g(2)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

3) Calculer : $g'(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

4) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

Solution : I) 1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$

b) $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}=+\infty$

2) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}^*$; $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{1}{u}\right)'=\frac{-u'}{u^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{x'}{x^2}=-\frac{1}{x^2}$$

II) 1) $g(x)=2x^2-8x+2$ donc : $g(0)=2\times0^2-8\times0+2=2$

$g(2)=2\times2^2-8\times2+2=8-16+2=-6$

2) Calcul de : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}2x^2-8x+2=\lim_{x\to+\infty}2x^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}2x^2-8x+2=\lim_{x\to-\infty}2x^2=+\infty$$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$; $g(x)=2x^2-8x+2$ Donc : $g'(x)=(2x^2-8x+2)'=2\times2x-8+0=4x-8$

Donc : $g'(x)=4x-8$ $\forall x\in\mathbb{R}$

4) Le tableau de variation de g : $g'(x)=0\Leftrightarrow 4x-8=0$

$g'(x)=0\Leftrightarrow 4x=8\Leftrightarrow x=2$ $g'(x)=4x-8$ $a=4\succ0$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	-6	$\nearrow$	

Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2015 (Session Normale)

Exercice1 : 4points (1pt +1pt+2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2+4x-5=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2+4x-5\leq 0$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}2x-y=1\\ x-3y=-2\end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2+4x-5=0$: a = 1, b =4 et c = -5

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 16+20=36$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-4+\sqrt{36}}{2\times 1}=\frac{-4+6}{2}=\frac{2}{2}=1$ et $x_2=\frac{-4-\sqrt{36}}{2\times 1}=\frac{-4-6}{2}=\frac{-10}{2}=-5$

Donc : $S=\{-5;1\}$

2) $x^2+4x-5\leq 0$

Les racines sont : $x_1=1$ et $x_2=-5$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
x^2+4x-5		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-5;1]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}2x-y=1\\ x-3y=-2\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}2x-y=1\\ x-3y=-2\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases}y=2x-1\\ x-3y=-2\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $2x-1$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}y=2x-1\\ x-3(2x-1)=-2\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}y=2x-1\\ x-6x+3=-2\end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases}y=2x-1\\ -5x=-5\end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases}y=2x-1\\ x=\frac{-5}{-5}=1\end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases}y=2\times 1-1\\ x=1\end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases}y=1\\ x=1\end{cases}$

Donc : $S=\{(1,1)\}$

Exercice 2 : 3points (1pt +1pt+1pt)

Une urne contient 3 boules portant chacune le numéro 1 et 5 boules portant chacune Le numéro 2

1)Quel est le pourcentage de boules portant chacune le numéro 2 dans l'urne ?

2)On tire 2 boules de l'urne Successivement sans remise

a) Quel est le nombre de tirages possibles ?

b) Combien y a-t-il de possibilités contenant 2 boules portant le même numéro ?

Solution :1) le pourcentage de boules portant chacune le numéro 2 dans l'urne est :

$\frac{5}{8}\times 100 = 62.5\%$

2) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)

Il y en a donc : $A_8^2 = 8\times 7 = 56$ tirages possibles

2) Le nombre de possibilités contenant 2 boules portant le même numéro Il y en a donc :

$A_3^2 + A_5^2 = 3\times 2 + 5\times 4 = 6 + 20 = 26$ Tirages possibles

Exercice 3 : 4points (1pt +1pt+1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 100$ et $u_{10} = 10$

1) a) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

b) Calculer la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique tel que : $v_3 = 100$ et sa raison $q = 10$

a) Montrer que : $v_0 = 0,1$

b) Montrer que : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_4$ est égale a **: 1111,1**

Solution :1) a) la raison r ??

On a : $\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 10 et p=0 on a : $u_{10} = u_0 + (10-0)r$

Donc : $u_{10} = u_0 + 10r$

Donc : $10 = 100 + 10r \Leftrightarrow 10r = 10 - 100 \Leftrightarrow 10r = -90 \Leftrightarrow r = -\frac{90}{10} = -9$

b) Calcul de la somme suivante : $A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique donc :

$$A = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$A = 11\frac{100+10}{2} = 11\frac{110}{2} = 11\times 55 = 605$$

2)Puisque $(v_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $v_n = v_p \times q^{n-p} \quad \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2$

Pour p=0 et n=3 On a : $v_3 = v_0 \times q^{3-0}$

Donc : $100 = v_0 \times 10^3$

Donc : $v_0 = \frac{100}{1000} = 0,1$

b) Calcul de : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_4$

$S = (le\ premier\ terme\ dans\ la\ somme)\dfrac{1-raison^{(le\ nombre\ de\ termes)}}{1-raison}$

$le\ nombre\ de\ termes = 4-0+1=5$

Donc : $S = v_0\dfrac{1-10^5}{1-10} = 0,1\dfrac{1-100000}{-9} = 0,1\times\dfrac{-99999}{-9} = 0,1\times 11111 = 1111,1$

Exercice4 : 6points (0.5pt +2pt+1.5pt +.05pt+1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{2x+2}{x}$

1) Calculer : D_f le domaine de définition de f

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

3) a) Montrer que : $\forall x \in D_f$; $f'(x) = \dfrac{-2}{x^2}$ et Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in D_f$

b) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

c) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

$D_f = \mathbb{R}-\{0\} =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[= \mathbb{R}^*$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x} = 2$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x} = 2$

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+2}{x}$

On a: $\lim\limits_{x\to 0^+} 2x+2 = 0+2 = 2$ **et** $\lim\limits_{x\to 0^+} x = 0^+$

Donc : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x+2}{x}$

On a: $\lim\limits_{x\to 0^-} 2x+2 = 0+2 = 2$ **et** $\lim\limits_{x\to 0^-} x = 0^-$

Donc : $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$

3) a) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R}^*$; $f'(x) = \left(\dfrac{2x+2}{x}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{2x+2}{x}\right)' = \frac{(2x+2)'\times x-(2x+2)\times x'}{x^2} = \frac{2x-1\times(2x+2)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x-2x-2}{x^2} = \frac{-2}{x^2} \prec 0$$

b) les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Sont les solutions de l'équation : $f(x) = 0$

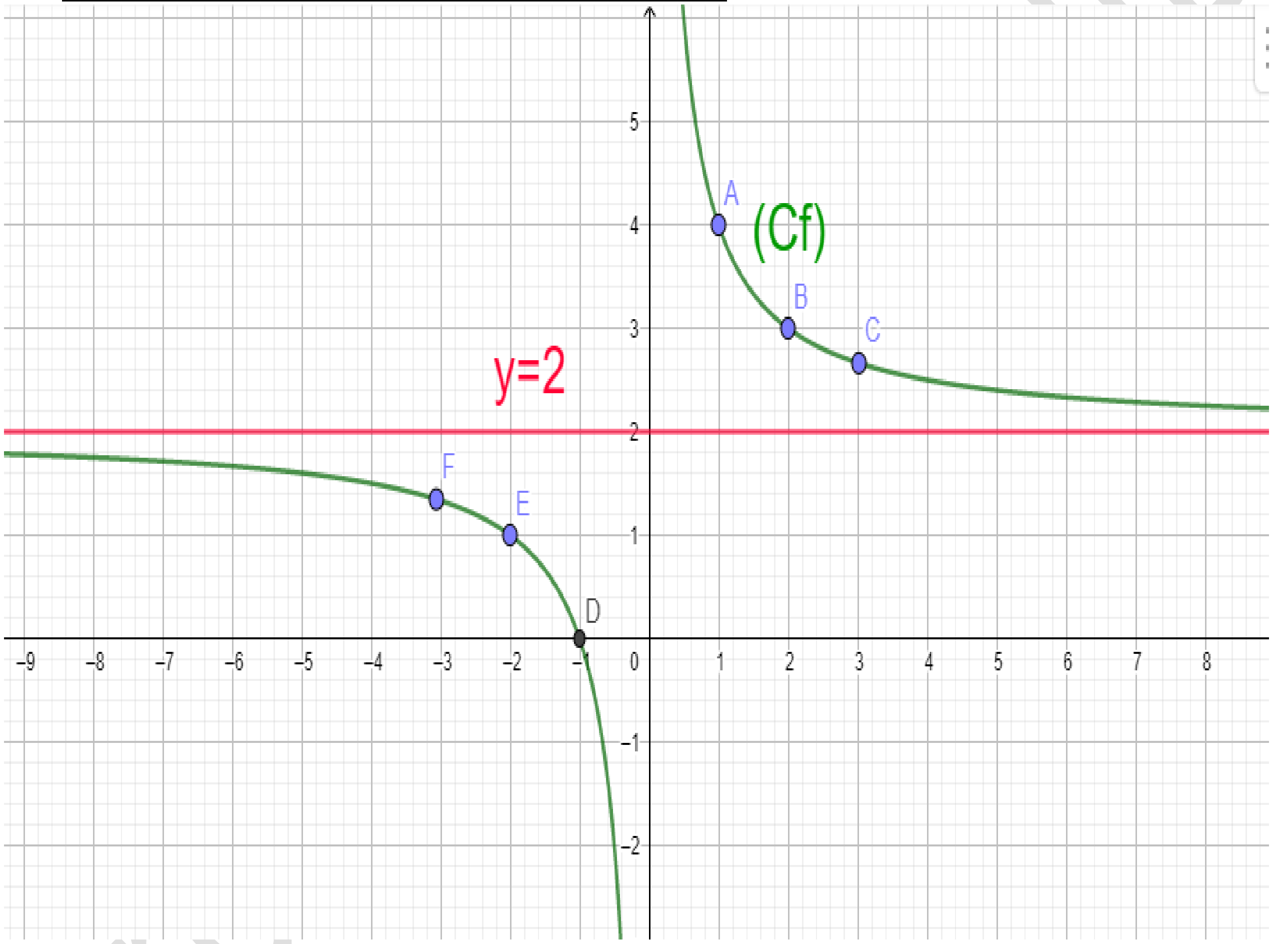
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{x}=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+2=0$$
$$\Leftrightarrow 2x=-2$$
$$\Leftrightarrow x=-1$$

L'abscisse du point d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses est : $x=-1$

c) la courbe (C_f).

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-3	-2	-1		1	2	3
$f(x)$	4/3	1	0		4	3	8/3



Exercice5 : 3points (1pt +1pt+1pt)

Le tableau suivant représente les variations d'une fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

En utilisant ce tableau répond aux questions suivantes :

1) Déterminer les solutions de l'équation : $f(x)=0$

2) Déterminer le signe de $g(x)$

3) Déterminer les solutions de l'inéquation : $f(x)\succ 4$

Solution : Le tableau suivant représente les variations d'une fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

1) Les solutions de l'équation : $f(x)=0$ sont : x=-2 et x=3

2) Détermination du signe de $g(x)$: $g(x)\geq 0 \;\; si \;\; x\in[-2;3]$

$g(x)\leq 0 \;\; si \;\; x\in]-\infty;-2]\cup[3;+\infty[$

3) L'inéquation : $f(x)\succ 4$ n'admet pas de solutions sur $\mathbb{R}$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat)

2015 (Session Rattrapage)

Exercice 1 : 6points (1pt +2pt+2pt +1pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-6x+5=0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-6x+5\leq 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}2x-y=1\\4x-y=-7\end{cases}$

3)Le nombre de filles et de garçons dans une établissement scolaire est 650
Calculer le nombre de filles dans cet établissement sachant que le pourcentage
Des garçons est 58%

Solution :

1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-6x+5=0$: a = 1, b =-6 et c = 5

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{6+\sqrt{16}}{2\times1}=\frac{6+4}{2}=\frac{10}{2}=5$ et $x_2=\frac{6-\sqrt{16}}{2\times1}=\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1$

Donc : $S=\{1;5\}$

b) $x^2-6x+5\leq 0$

Les racines sont : $x_1=5$ et $x_2=1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
x^2-6x+5		+	0	−	0	+	

D'où : $S=[1;5]$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}2x-y=1\\4x-y=-7\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}2x-y=1\\4x-y=-7\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases}2x-1=y\\4x-y=-7\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $2x-1$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}2x-1=y\\4x-(2x-1)=-7\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\4x-2x+1=-7\end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\2x=-8\end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases}2x-1=y\\x=-4\end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases}2\times(-4)-1=y\\x=-4\end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases}y=-9\\x=-4\end{cases}$

Donc : $S=\{(-4,-9)\}$

3) le pourcentage des garçons est : 58%
Donc : le pourcentage des filles est : 100% - 58% =42%
Donc Le nombre de filles est : $F = 650 \times \frac{42}{100} = 273$

Exercice2 : 2points (1pt +1pt)
Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.
On tire 3 boules de l'urne Successivement sans remise
1)Quel est le nombre de tirages possibles ?
2)Combien y a-t-il de possibilités contenant 3 boules portant toutes des nombres impairs ?
Solution :1) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)
Il y en a donc : $A_7^3 = 7\times 6\times 5 = 210$ tirages possibles
2) les nombres impairs il Ya : 4 (1 et 3 et 5 et 7)
Il y en a donc : $A_4^3 = 4\times 3\times 2 = 24$ Tirages possibles

Exercice3 : 4points (0.5pt +1.5pt+0.5pt +1pt+0.5pt)
1)Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0 = 3$ et $u_3 = 24$
a) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = 2$
b) Calculer : $S = u_0 + u_3 + \cdots + u_5$
2)Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$
a) Calculer : v_0 et v_1
b) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison
c) Montrer que 2015 est un terme de la suite $(v_n)_n$

Solution : 1) a) la raison q ??
On a : $(u_n)_n$ une suite géométrique :
Donc : $u_3 = q^3 u_0$
Donc : $24 = q^3 \times 3$
Donc : $q^3 = \frac{24}{3} = 8$
Donc : $q = 2$
b) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_5$

$$S = (\textit{le premier terme dans la somme})\frac{1 - \textit{raison}^{(\textit{le nombre de termes})}}{1 - \textit{raison}}$$

$\textit{le nombre de termes} = 5 - 0 + 1 = 6$

Donc : $S_5 = u_0 \frac{1-2^6}{1-2} = 3\frac{1-64}{-1} = (-3)\times(-63) = 189$

2) a) $v_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_0 = \frac{1}{2}\times 0 + \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ et $v_1 = \frac{1}{2}\times 1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

b) $v_{n+1}-v_n=\left(\frac{1}{2}(n+1)+\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}n+\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}n-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

Donc : $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{2}=r \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0=\frac{3}{2}$ et sa raison $r=\frac{1}{2}$

c) $v_n=2015$ signifie $\frac{1}{2}n+\frac{3}{2}=2015$

Signifie $\frac{n+3}{2}=2015$

Signifie $n+3=2015\times 2$

Signifie $n+3=4030$

Signifie $n=4030-3=4027$

Donc : $u_{4027}=2015$

Exercice4 : 3points (2pt +1pt)

Soit g la fonction définie par : $g(x)=\frac{3x-1}{x-2}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$

2) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{2\}$; $g'(x)$ avec g' la fonction dérivée de g

Solution : 1) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x}{x}=3$

$$\lim_{x\to 2^+} g(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{3x-1}{x-2}$$

On a: $\lim\limits_{x\to 2^+} x-2=2-2=0$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+} 3x-1=5$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

$\lim\limits_{x\to 2^+} x-2=0^+$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+} 3x-1=5$

Donc : $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=+\infty$

4) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{2\}$; $g'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$g'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'=\frac{(3x-1)'(x-2)-(3x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{3(x-2)-1\times(3x-1)}{(x-2)^2}$$

$$g'(x)=\frac{3x-6-3x+1}{(x-2)^2}=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

Exercice5 : 5points (1pt +1pt+1pt +2pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-12x$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(2)$

2) Montrer que f est une fonction impaire

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x)=3(x-2)(x+2)$

4) Montrer que : f est croissante dans $]-\infty;2]$ et sur $[2;+\infty[$

Et f est une fonction décroissante dans $[-2;2]$

Solution : 1) Calcul de : $f(0)$ *et* $f(2)$

On a : $f(x)=x^3-12x$

Donc : $f(0)=0^3-12\times 0=0-0=0$

$f(2)=2^3-12\times 2=8-24=-16$

2) Montrons que f est une fonction impaire : $f(x)=x^3-12x$

f est une fonction polynôme : Donc $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

- $f(-x)=(-x)^3-12\times(-x)=-x^3+12x=-(x^3-12x)$

$f(-x)=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

3) Vérifions que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x)=3(x-2)(x+2)$?

$\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=(x^3-12x)'=3x^2-12=3(x^2-4)=3(x^2-2^2)=3(x-2)(x+2)$

4) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=3(x-2)(x+2)=3(x-2)(x+2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow x-2=0$ *ou* $x+2=0 \Leftrightarrow x=2$ *ou* $x=-2$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x)=3x^2-12$ $a=3\succ 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;-2]$ et sur $[2;+\infty[$

Région de Marrakech Safi
2015(Session Normale)

Exercice 1 : 1point
Une classe contient 35 étudiants. 28 d'entre eux ont obtenu la moyenne dans la première trimestre.
Donner le pourcentage des étudiants qui ont obtenu la moyenne dans le premier trimestre
Solution : le pourcentage des étudiants qui ont obtenu la moyenne dans le premier trimestre est : $P\% = 100 \times \frac{28}{35} = 80\%$

Exercice 2 : 6points (2pt +1pt+2pt +1pt)
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 - 11x + 9 = 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2 - 11x + 9 \geq 0$
3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$
b) Un étudiant a acheté 8 livres de deux types différents pour un prix total de 105 dirhams
Déterminez le nombre de livres de chaque type si vous savez que le prix d'un livre du premier type est de 10 dirhams et que le prix d'un livre du deuxième type est de 15 dirhams
Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - 11x + 9 = 0$: a = 2, b =-11et c = 9
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 2 \times 9 = 49$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1 = \frac{11+\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{11+7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ et $x_2 = \frac{11-\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{11-7}{4} = \frac{4}{4} = 1$

2) $2x^2 - 11x + 9 \geq 0$
Les racines sont : $x_1 = \frac{9}{2}$ et $x_2 = 1$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		$9/2$		$+\infty$
$2x^2-11x+9$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = \left]-\infty;1\right] \cup \left[\frac{9}{2};+\infty\right[$

3) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$
Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x - 2y = -16 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$
Donc : $(2)+(1)$ $-2x - 2y + 2x + 3y = -16 + 21$
Équivaut à : $y = 5$ et on remplace dans : $x + y = 8$
Équivaut à : $x + 5 = 8$ C'est à dire : $x = 8 - 5 = 3$
Donc : $S = \{(3,5)\}$
b) Soient : x le nombre de livres du 1type et y le nombre de livres du 2type
Puisqu'il étudiant a acheté 8 livres des deux types alors : $x + y = 8 \; (1)$

Puisque le prix total de 105 dirhams Alors : $10x + 15y = 105\ (2)$

Alors : $2x + 3y = 21\ (2)$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

Donc : le nombre de livres du 1type est : 3
Le nombre de livres du 2type est : 5

Exercice 3 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 2 boules blanches et 2boules rouges et 3boules vertes
On tire au hasard **2** boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega = ?$)
2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules vertes

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$A_2^2 + A_2^2 + A_3^2 = 2 + 2 + 3 \times 2 = 10$

Exercice4 : 8points (2pt +1pt +0.75pt+1pt +0.75pt +2.5pt)

A) Soit f la fonction définie sur $]-\infty;1[\cup]1;-\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{x-1}$

1) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \to 1 \\ x \succ 1}} f(x)$

2) Calculer : $f'(x)$; $\forall x \in]-\infty;1[\cup]1;-\infty[$

B) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^2 - 4x$

1) Calculer : $g(0)$ et $g(1)$ et $g(2)$

2) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $g'(x) = 4(x-1)$

4) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

5) représenter les points d'abscisse 0 ; 1 ; 2 et Tracer la courbe (C_g)

Solution : A) 1) a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x} = 1$

b) $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x}{x-1}$

On a : $\lim_{x \to 1^+} x = 1$ et $\lim_{x \to 1^+} x - 1 = 0$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$x-1$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

2) Calculer : $\forall x \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)' = \frac{(x)'(x-1) - x(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1(x-1) - x \times 1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

B) 1) $g(x) = 2x^2 - 4x$

$g(0) = 2 \times 0^2 - 4 \times 0$

$g(1) = 2 \times 1^2 - 4 \times 1 = 2 - 4 = -2$

$g(2) = 2 \times 2^2 - 4 \times 2 = 8 - 8 = 0$

2) Calcul de : $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^2 - 4x = \lim_{x \to +\infty} 2x^2 = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^2 - 4x = \lim_{x \to -\infty} 2x^2 = +\infty$

3) $\forall x \in \mathbb{R}$; $g(x) = 2x^2 - 4x$

Donc : $g'(x) = (2x^2 - 4x)' = 2 \times 2x - 4 = 4x - 4$

Donc : $g'(x) = 4(x-1)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

4) Le tableau de variation de g :

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4(x-1) = 0$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Le tableau de signe est le suivant : $g'(x) = 4x - 4$ $a = 4 \succ 0$

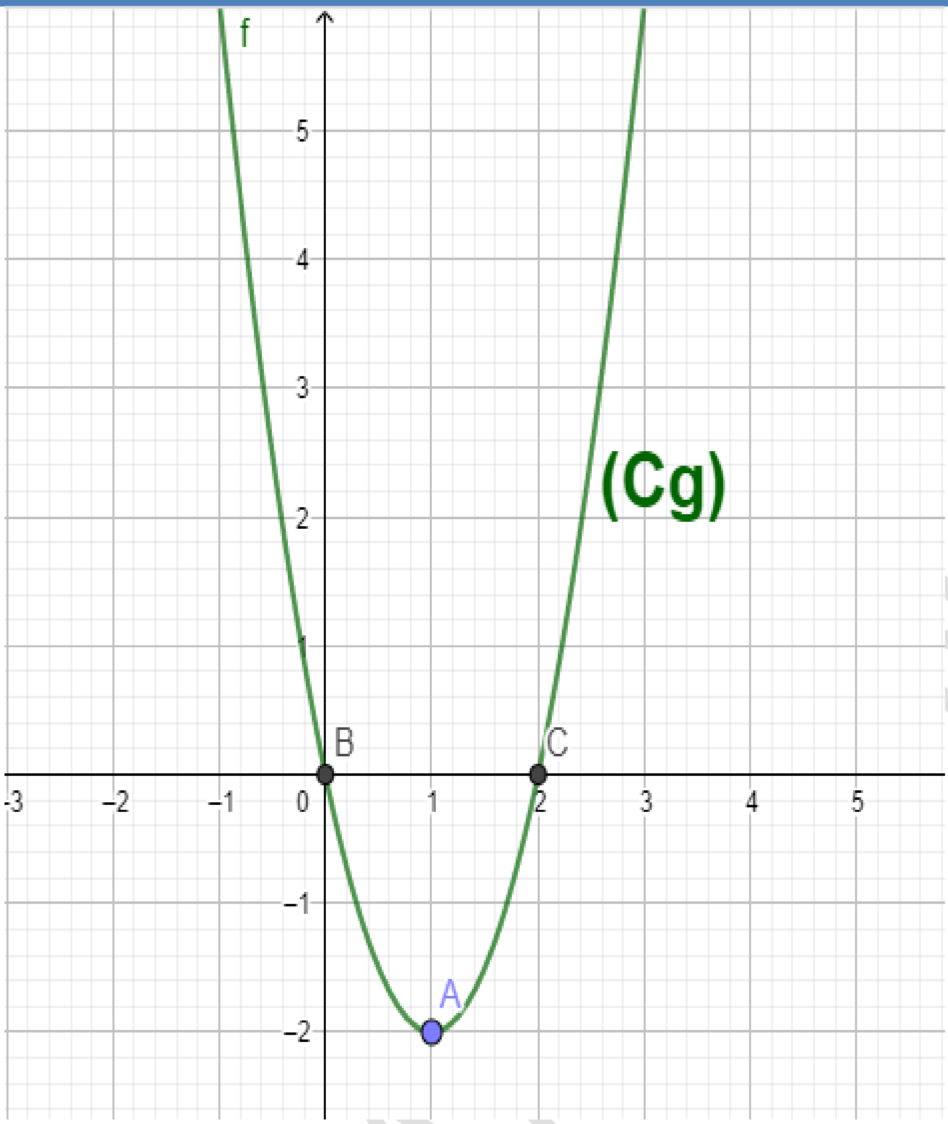
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$4x-4$		$-$	0	$+$	

Le tableau de variation de g est :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

5) 5) représentation des points d'abscisse 0 ; 1 ; 2 et Traçage de la courbe (C_g)

$g(0) = 0$ et $g(1) = -2$ et $g(2) = 0$



Exercice 5 : 3points (1.5pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

1) Montrer que $u_n = 7n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et vérifier que : $u_{10} = 73$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 7n \qquad \forall n \in \mathbb{N}$

$u_n = 7n + 3$ Donc : $u_{10} = 7 \times 10 + 3 = 70 + 3 = 73$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10} = (10 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11\frac{3+73}{2} = 11\frac{76}{2} = 11 \times 38 = 418$$

2016(Session Normale)

Exercice 1 : 2points
Ahmed a acheté une moto pour 8000 DH a payé 25% de ce montant et le reste, il paiera sur 12 mois avec une augmentation de 10%
Quel est le montant de chaque mensualité ?

Solution : Ahmed à payer : $P = 8000 \times \frac{25}{100} = 2000DH$

Le reste à payer par mois est : $R = 8000 - 2000 = 6000DH$
Avec l'augmentation de 10% il il paiera :

$P_1 = 6000 + 6000 \times \frac{10}{100} = 6000 + 600 = 6600DH$

Donc le montant de chaque mensualité est : $M = \frac{6600}{12} = 550DH$

Exercice 2 : 5points (2pt +1pt +2pt)
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 + 2x - 15 = 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 + 2x - 15 \leq 0$
3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 2x - 15 = 0$: a = 1, b =2 et c = -15
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 4+60=64$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{-2+\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3$ et $x_2 = \frac{-2-\sqrt{64}}{2\times 1} = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

2) $x^2 + 2x - 15 \leq 0$
Les racines sont : $x_1 = 3$ et $x_2 = -5$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x^2+2x-15$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = [-5;3]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x - 3y = 1 & (1) \\ 2x + 3y = 0 & (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
$(2)+(1)$ $x - 3y + 2x + 3y = 1 + 0$
Équivaut à : $3x = 1$

Équivaut à : $x = \frac{1}{3}$ et on remplace dans : $2x + 3y = 0$ (2) équivaut à : $2 \times \frac{1}{3} + 3y = 0$

Équivaut à : $3y = -\frac{2}{3}$ équivaut à : $y = \frac{-\frac{2}{3}}{3} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{3}{1}} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{3}{1}} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{9}$

Donc : $S = \left\{ \left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{9} \right) \right\}$

Exercice 3 : 3points (1pt +1pt+1pt)

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules vertes.
On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Déterminer le nombre de tirages possibles

2) Combien y a-t-il de possibilités contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

3) Combien y a-t-il de possibilités contenant trois boules de mêmes couleurs ?

Solution : 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p tirage possible

Dans l'urne il Ya :7 boules et on tire <u>simultanément</u> 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_7^3 = \frac{A_7^3}{3!} = \frac{7\times6\times5}{3\times2} = \frac{7\times6\times5}{6} = 7\times5 = 35$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 35.

2) Tirer deux boules rouges et une boule verte signifie : $C_3^2 \times C_4^1$

et c'est : **x**

Donc : le nombre de tirages contenant exactement deux boules rouges et une boule verte

Est : $C_3^2 \times C_4^1 = 3\times4 = 12$ car $C_3^2 = 3$ et $C_4^1 = 4$

Remarque : $C_n^1 = n$ et $C_n^n = 1$

3) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules rouges **OU** tirer 3 boules vertes **OU** c'est : **+**

Le nombre de possibilités est : $C_3^3 + C_4^3$

$C_4^3 = \frac{A_4^3}{3!} = \frac{4\times3\times2}{3\times2} = 4$ et $C_3^3 = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $C_3^3 + C_4^3 = 1 + 4 = 5$

Exercice 4 : 4points (1pt +1pt+1pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et $u_0 = 2$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) Vérifier que : $u_{20} = 82$

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

4) En déduire la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 4$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 4n$

2) $u_n = 2 + 4n$ Donc : $u_{20} = 2 + 4\times20 = 2 + 80 = 82$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n-0+1)\frac{u_0+u_n}{2} = (n+1)\frac{2+2+4n}{2}$$

$$S = (n+1)\frac{4+4n}{2} = (n+1)\frac{4(1+n)}{2} = 2(n+1)(1+n) = 2(n+1)^2$$

4) Déduction de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

On a : $S = 2(n+1)^2$ on pose : $n = 20$

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = 2(20+1)^2 = 2\times 21^2 = 2\times 441 = 882$$

Remarque : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$

On a : $u_{20} = 82$ et $u_0 = 2$

Donc : $S = 21\frac{2+82}{2} = 21\frac{84}{2} = 21\times 42 = 882$

Exercice 5 : 6points (1pt +1pt+0.5pt +1.5pt +0.5pt+1.5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to 3^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

3) Donner une interprétation géométrique de ces limites

4) Montrer que : $\forall x \in D_f$; $f'(x) = \frac{-5}{(x-3)^2}$ et Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in D_f$

5) a) En déduire les variations de f sur D_f

b) Donner le tableau de variations de f sur D_f

Solution : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x - 3 \neq 0\}$

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$D_f = \mathbb{R} - \{3\} =]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+2}{x-3} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x} = 1$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x+2}{x-3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{x} = 1$

a) $\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \frac{x+2}{x-3}$

On a: $\lim_{x\to 3^+} x+2 = 3+2 = 5$ et $\lim_{x\to 3^+} x-3 = 0$

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$x-3$	$-$ 0 $+$

$\lim_{x\to 3^+} x-3 = 0^+$ et $\lim_{x\to 3^+} x+2 = 3+2 = 5$

Donc : $\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} \frac{x+2}{x-3}$

$\lim_{x \to 3^-} x-3=0^-$ et $\lim_{x \to 3^-} x+2=3+2=5$ Donc : $\lim_{x \to 3^-} f(x)=-\infty$

3)Interprétation géométrique des résultats :

a) On a : $\lim_{x \to 3^+} f(x)=+\infty$ et $\lim_{x \to 3^-} f(x)=-\infty$

La droite (Δ_1): $x=3$ est une asymptote vertical a la courbe C_f

b) On a : $\lim_{x \to +\infty} f(x)=1$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)=1$

La droite (Δ_2): $y=1$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f

4) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R}-\{3\}$; $f'(x)=\left(\frac{x+2}{x-3}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{x+2}{x-3}\right)'=\frac{(x+2)'(x-3)-(x+2)(x-3)'}{(x-3)^2}=\frac{1(x-3)-1\times(x+2)}{(x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x-3-x-2}{(x-3)^2}=\frac{-5}{(x-3)^2}\prec 0$$

5) a) $f'(x)=\frac{-5}{(x-3)^2}\prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;3[$ et sur $]3;+\infty[$

b)Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$1 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 1$

Région de Béni Mellal Khénifra

2016 Beni Mellal khénifra (Session Normale)

Exercice1 : 6points (1pt +0.5pt+1pt +1.5pt+2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-3x+2=0$

2) a) Vérifier que : $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-2x-3 \leq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x-y=16 \\ 3x+y=196 \end{cases}$

4) Mohammed a acheté 1 kilogrammes de viande de poulet et 1 kilogrammes de poissons pour un prix total de 90 DH, sachant que le prix d'un kilogramme de poisson dépasse le prix d'un kilogramme de poulet de 16DH.
Déterminer le prix d'un kilo de poisson et le prix d'un kilo de poulet.

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-3x+2=0$: a = 1, b =-3 et c = 2

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1$

Comme $\Delta=1>0$, l'équation $x^2-3x+2=0$ possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{3+\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$

Par suite : $S=\{1;2\}$

2) a)

$$(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3$$
$$=x^2-2x-3$$

2)b) on a : $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)=0$

$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x+1=0 \text{ ou } x-3=0$

$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=3$

Les racines sont donc : $x_1=-1$ et $x_2=3$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-1;3]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x-y=16 & (1) \\ 3x+y=196 & (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

Donc : $(2)+(1) \quad x-y+3x+y=16+196$

Équivaut à : $4x=212$

Équivaut à : $x=\frac{212}{4}=53$ et on remplace dans : $3x+y=196 \ (2)$

Équivaut à : $3\times 53+y=196$ C'est à dire : $y=196-159=37$

4) Soit x le prix d'un kilo de poisson et y le prix d'un kilo de poulet
On sait que Mohammed a acheté un kilogramme de viande de poulet et 1 kilogrammes de poisson pour un prix total de 90 DH donc : x + y = 90
On sait aussi que : le prix d'un kilogramme de poisson dépasse le prix d'un kilogramme de poulet de 16DH donc : x - y = 16

On trouve le système suivant : $\begin{cases} x-y=16 \\ x+y=90 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

Donc : $(2)+(1)$ $x-y+x+y=16+90$

Équivaut à : $2x=106$

Équivaut à : $x=\frac{106}{2}=53$ et on remplace dans : $x+y=90$

Équivaut à : $53+y=90$ C'est à dire : $y=90-53=37$

Par conséquent : le prix d'un kilo de poisson est :53DH
Le prix d'un kilo de poulet est :37DH

Exercice2 : 3.5points (1pt +0.5pt+1pt +.1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_1=5$ et $u_2=10$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q=2$

2) Calculer u_3

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer u_{15} sachant que : $2^{14}=16384$

5) Calculer : $S=u_1+u_2+\cdots+u_n$ en fonction de n

Solutions : 1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(u_n)_n$

Donc : $u_2=qu_1$

Donc : $10=q\times 5$ Donc : $q=\frac{10}{5}=2$

2) On a : $u_3=qu_2$

Donc : $u_3=2\times 10=20$

3) u_n en fonction de n ?

Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_n=u_1\times q^{n-1}$

Donc : $u_n=5\times 2^{n-1}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

4) On a : $u_n=5\times 2^{n-1}$ donc : $u_{15}=5\times 2^{15-1}=5\times 2^{14}=5\times 16384=81920$

5) Calcul de : $S=u_1+u_2+\cdots+u_n$ en fonction de n

$$S=\left(\text{le premier terme dans la somme}\right)\frac{1-raison^{(\text{le nombre de termes})}}{1-raison}$$

$\text{le nombre de termes}=n-1+1=n$

$$S=u_1\frac{1-2^n}{1-2}=5\frac{1-2^n}{-1}=-5\left(1-2^n\right)=-5+5\times 2^n$$

Exercice3 : 2.5points (1pt +0.5pt+1pt +.1pt)

1) Calculer : $3!$ et C_3^2

2) Une urne contient 3 boules :
Une boule blanche et une boule rouge et une boule bleue
On tire au hasard **2** boules successivement et avec remise
a) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ?
b) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1) $3!=3\times2\times1=6$ et $C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times2}{2\times1}=\frac{6}{2}=3$

2) a)

1ier tirage	2er tirage
3	3

Le nombre de tirages possibles est : $card\Omega=3\times3=3^2=9$
b) tirer 2 boules de couleurs différentes est donc :
$\boxed{R}\boxed{Ble}$ ou $\boxed{Ble}\boxed{R}$ ou $\boxed{R}\boxed{B}$ ou $\boxed{B}\boxed{R}$ ou $\boxed{B}\boxed{Ble}$ ou $\boxed{Ble}\boxed{B}$
Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :6

Exercice4 : 8points (1.5pt +1.5pt+1pt+1.5pt +1.5pt +1pt)

I) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\frac{10}{x}$

1) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to0\\ x\succ0}} f(x)$

2) Calculer : $f'(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}^*$

II) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2x^2-8x+2$

1) Calculer : $g(0)$ et $g(2)$

2) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

3) Calculer : $g'(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

4) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

Solution : I) 1) a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$

b) $\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x}=+\infty$

2) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}^*$; $f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{1}{u}\right)'=\frac{-u'}{u^2}$

$f'(x)=\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{x'}{x^2}=-\frac{1}{x^2}$

II) 1) $g(x)=2x^2-8x+2$

$g(0)=2\times0^2-8\times0+2=2$

$g(2)=2\times2^2-8\times2+2=8-16+2=-6$

2) Calcul de : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}2x^2-8x+2=\lim_{x\to+\infty}2x^2=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x^2-8x+2 = \lim_{x\to-\infty} 2x^2 = +\infty$

3) $\forall x \in \mathbb{R}$; $g(x) = 2x^2-8x+2$

Donc : $g'(x) = (2x^2-8x+2)' = 2\times 2x - 8 + 0 = 4x - 8$

Donc : $g'(x) = 4x - 8 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

4) Le tableau de variation de g : $g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x-8=0$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x=8 \Leftrightarrow x=2 \qquad g'(x)=4x-8 \qquad a=4\succ 0$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	-6	$\nearrow$	

Région de Marrakech Safi
2017(Session Normale)

Exercice 1 : 1points

Une entreprise emploie 200 hommes et 600 femmes

Donner le pourcentage des femmes dans cette entreprise

Solution : le pourcentage des femmes dans cette entreprise est :

$$P=\frac{600}{800}\times 100=75\%$$

Exercice 2 : 3points (1pt +1pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2+5x-6=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2+5x\geq 6$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}3x+y=5\\4x-y=2\end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2+5x-6=0$: a = 1, b =5 et c = -6

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25+24=49$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-5+\sqrt{49}}{2\times 1}=\frac{-5+7}{2}=\frac{2}{2}=1$ et $x_2=\frac{-5-\sqrt{49}}{2\times 1}=\frac{-5-7}{2}=-\frac{12}{2}=-6$

Donc : $S=\{-6;1\}$

2) $x^2+5x\geq 6 \Leftrightarrow x^2+5x-6\geq 0$ Les racines sont : $x_1=1$ et $x_2=-6$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-6		1		$+\infty$
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=]-\infty;-6]\cup[1;+\infty[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}3x+y=5\\4x-y=2\end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases}3x+y=5\\4x-y=2\end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases}y=5-3x\\4x-y=2\end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $5-3x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases}y=5-3x\\4x-(5-3x)=2\end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases}y=5-3x\\4x+3x-5=2\end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases}y=5-3x\\7x=7\end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases}y=5-3x\\x=\frac{7}{7}=1\end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases}y=5-3\times 1\\x=1\end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases}y=2\\x=1\end{cases}$ Donc : $S=\{(1,2)\}$

Exercice 3 : 2points (1pt+1pt)

1) Calculer A_5^3 et C_5^3

2) On veut écrire un nombre de trois chiffres en utilisant seulement les Chiffres Suivants : 4 ;5 ;6 ;7.
Combien de nombres on peut former ?

Solution :1) $A_5^3 = 5\times4\times3 = 60$ et $C_5^3 = \frac{A_5^3}{3!} = \frac{60}{3\times2\times1} = \frac{60}{6} = 10$

2) On peut former Par exemple former : 456 ; 455 ;674 ; ………...
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des centaines
D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est :
$n = 4\times4\times4 = 4^3 = 64$
Donc : On peut former 64 nombres

Exercice 4 : 8points (1.5pt +1.5pt+1pt+1pt 1.5pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x - 2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$

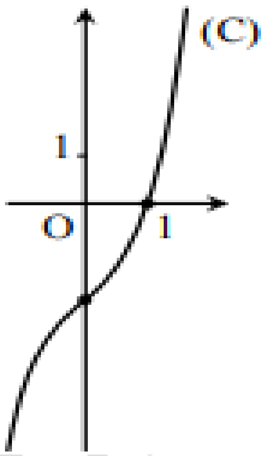
2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) a) Calculer : $f'(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

b) Montrer que f est strictement croissante dans $\mathbb{R}$

c) Donner le tableau de variations de f sur D_f

4)La courbe représentatives (C_f) de f est donnée dans le repère ci-dessous :
(Voire figure)



Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 0$

Solution : 1) $f(x) = x^3 + x - 2$

$f(0) = 0^3 + 0 - 2 = 0 + 0 - 2 = -2$

$f(1) = 1^3 + 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 + x - 2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 + x - 2 = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3) a) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x) = (x^3 + x - 2)' = 3x^2 + 1 - 0 = 3x^2 + 1$

b) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x) = 3x^2 + 1 \succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$

c) le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

4) $f(x)\geq 0$ signifie Graphiquement que La courbe (C_f) est au-dessus de l'axe des abscisses

$f(x)\geq 0$ si $x\in[1;+\infty[$

Donc $S=[1;+\infty[$

Exercice 5 : 6points (1.5pt +1pt+1pt+1pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0=2$ et $u_{n+1}+3u_n=3+4u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r=3$

2) Calculer : u_1

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) a) Vérifier que : $u_{100}=302$

b) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{100}$

Solution : 1) : $u_{n+1}+3u_n=3+4u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1}+3u_n-4u_n=3$

Donc : $u_{n+1}-u_n=3$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=2$ et sa raison : $r=3$

2) $u_1=u_0+r=2+3=5$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $u_n=u_0+nr=2+3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n=2+3n \quad \forall n\in\mathbb{N}$ donc : $u_{100}=2+3\times 100=2+300=302$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{100}=(100-0+1)\dfrac{u_0+u_{100}}{2}$

$S=101\dfrac{2+302}{2}=101\dfrac{304}{2}=101\times 152=15352$

Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017(Session Normale)

Exercice1 : 6points (0.5pt +1pt +1.5pt+2pt+1pt)

1) a) Vérifier que le discriminent de l'équation $x^2-x-6=0$ est : $\Delta=25$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2-x-6=0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-x-6\leq 0$

2) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+3y=14 \end{cases}$

b) Le président d'un club de football décide de distribuer une somme de : 25000 DH
Comme récompense pour les trois premiers joueurs selon le nombre de buts marqués dans les matchs de championnat de football.
Le premier a marqué 5 buts et le deuxième a marqué 3 buts et le troisième a marqué 2 buts
Quel est La part de chacun de ces trois joueurs ?

Solution : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-x-6=0$: a = 1, b =-1 et c = -1
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1+24 = 25$.

b) $x^2-x-6=0$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times 1}=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}=3$ et $x_2=\frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times 1}=\frac{1-5}{2}=\frac{-4}{2}=-2$

3) $x^2-x-6\leq 0$

Les racines sont : $x_1=3$ et $x_2=-2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-2;3]$

4) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+3y=14 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+3y=14 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x-2y=-28 \;\times -2\;(1) \\ 2x+3y=14\;(2) \end{cases}$

Équivaut à : $(2)+(1)$ $-2x-2y+2x+3y=-28+14$

Équivaut à : $y=-14$ et on remplace dans : $x+y=14$

$x-14=14$ C'est à dire : $\begin{cases} x=28 \\ y=-14 \end{cases}$

Donc : $S=\{(28,-14)\}$

b) soient : x La part du joueur qui marque 1 but
Puisqu'il le premier a marqué 5 buts alors :sa part est $5x$
Puisqu'il le deuxième a marqué 3 buts alors :sa part est $3x$
Puisqu'il le troisième a marqué 2 buts alors :sa part est $2x$
Puisque la somme totale est : 25000 DH

Donc : $5x+3x+2x=25000$

Donc : $10x=25000$

Donc : $x=\frac{25000}{10}=2500DH$

La part du premier est $5x=5\times2500=12500DH$

La part du deuxième est $3x=3\times2500=7500DH$

La part du troisième est $2x=2\times2500=5000DH$

Exercice2: 4points (1.5pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=3n-2$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1 et u_{20}

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

3) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

Solution : 1) $u_n=3n-2 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0=3\times0-2=0-2=-2$ et $u_1=3\times1-2=3-2=1$

$u_{20}=3\times20-2=60-2=58$

2) $u_{n+1}-u_n=(3(n+1)-2)-(3n-2)=3n+3-2-3n+2=3$

Donc : $u_{n+1}-u_n=3=r \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=1$ et sa raison $r=3$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}=(20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$

$S=21\frac{-2+58}{2}=21\frac{56}{2}=21\times28=588$

Exercice3 :8points (0.75pt +2pt+1.5pt+1pt +0.75pt+1.5pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(-1)$ et $f(2)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x\in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}$

4) Donner le tableau de variations de f sur D_f

5) a) Montrer que l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;-1)$ est :

$(T):y=-2x-1$

b) Représenter La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

c)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\geq3$

Solution : 1) Calcul de : $f(0)$ et $f(-1)$ et $f(2)$

$f(0)=\frac{0+1}{0-1}=\frac{1}{-1}=-1$ et $f(-1)=\frac{-1+1}{-1-1}=\frac{0}{-2}=0$ et $f(2)=\frac{2+1}{2-1}=\frac{3}{1}=3$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x}=1$

a) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{x+1}{x-1}$

On a : $\lim\limits_{x\to 1^+} x+1 = 1+1 = 2$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} x-1 = 0$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$x-1$	$-$ 0 $+$

$\lim\limits_{x\to 1^+} x-1 = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} x+1 = 2$

Donc : $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} x-1 = 0^-$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} x+1 = 2$

Donc : $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

3) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$; $f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)' = \frac{(x+1)'(x-1) - (x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1(x-1) - 1\times(x+1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

4) $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;1[$ et sur $]1;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$12 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 1$

5) a) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;-1)$

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x-a)$

On a : $a = 0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(0) + f'(0)(x-0)$ avec $f(0) = -1$

Et on a : $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ donc : $f'(0) = \frac{-2}{(0-1)^2} = \frac{-2}{1^2} = -2$

Donc : $(T): y = -1 - 2(x-0)$

Donc : $(T): y = -1 - 2x$

Donc : $(T): y = -2x - 1$

5)b) Représentation de La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	**0**	-1		3	2	

$f(2)=3$ et $f(-1)=0$ et $f(0)=-1$ et $f(3)=2$

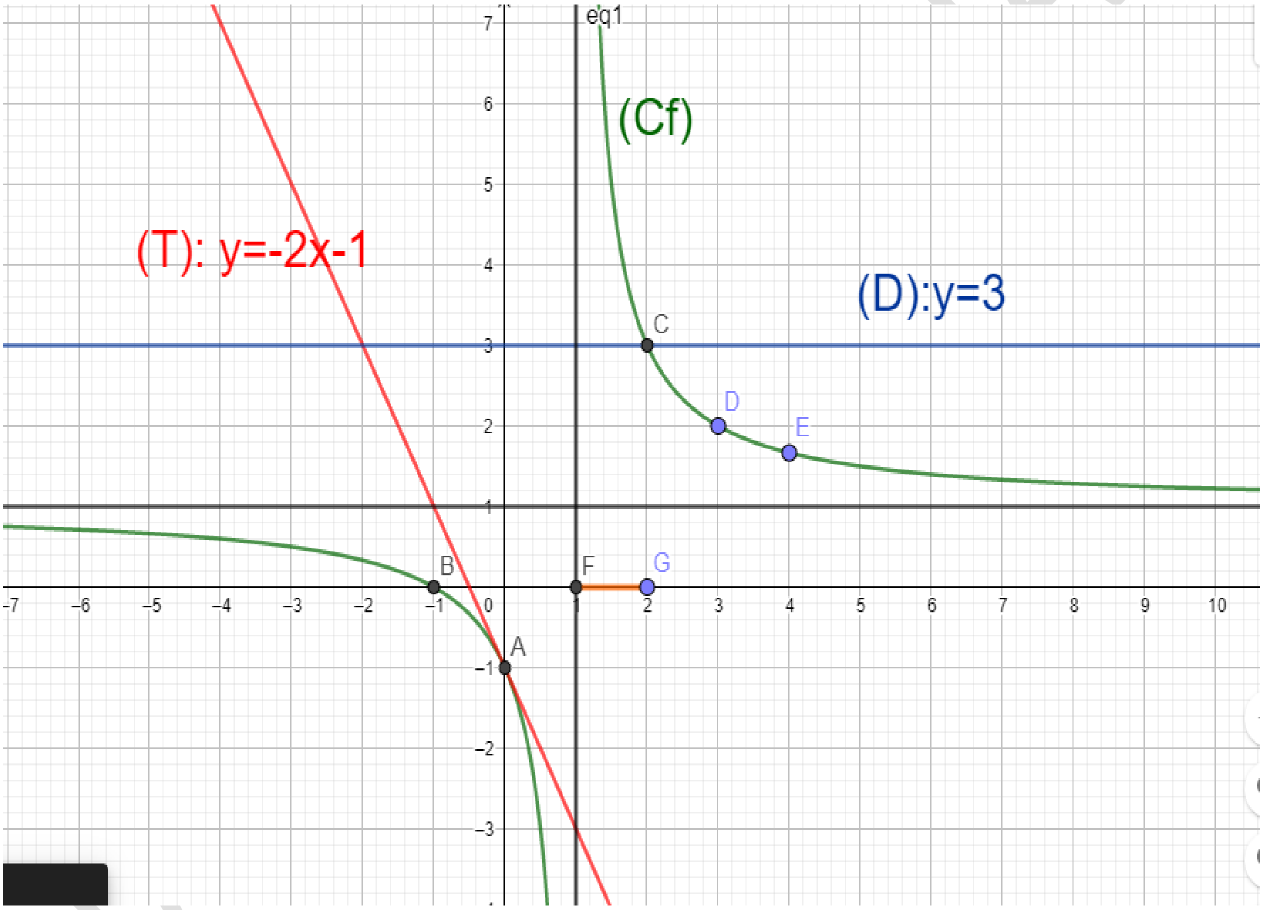
Pour construire la droite (T) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(T): y=-2x-1$

Si x=0 alors : $y=-2\times0-1=0-1=-1$

Si x=1 alors : $y=-2\times1-1=-2-1=-3$

x	0	1
y	-1	-3



c)La Résolution graphique de l'inéquation : $f(x)\geq 3$

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y=3$ si $x\in]1;2]$

Donc $S=]1;2]$

Exercice4 :1points (1pt +1pt)

Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules vertes

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules de mêmes couleurs ?

Solution : 1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : C_9^2

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9\times8\times7!}{2\times1\times7!} = \frac{9\times8}{2} = 36$$

2) tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules rouges **ou** 2 boules vertes

ou c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : $C_4^2 + C_5^2$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4\times3\times2!}{2!2!} = \frac{4\times3}{2} = 6 \quad \text{et } C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : $6+10=16$

Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017
(Session Rattrapage)

Exercice 1 : 6points (0.5pt +1pt+0.5pt+1pt 1pt +2pt)

1) a) Vérifier que le discriminent de l'équation $x^2-3x-10=0$ est : $\Delta=49$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-3x-10=0$

c) Développez : $(x+2)(x-5)$

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-3x-10\leq 0$

2)Le prix d'un kilogramme de farine est de 7DH
Sachant que ce prix a augmenté de 15 %
Quel son prix après l'augmentation ?

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases}3x-2y=7\\2x-y=4\end{cases}$

Solution : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-3x-10=0$: a = 1, b =-3 et c = -10

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49$

b) Comme Δ=49 > 0, l'équation $x^2-3x-10=0$ possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{3+\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2$

Par suite : $S=\{-2;5\}$

1) c)

$$(x+2)(x-5)=x^2-5x+2x-10$$
$$=x^2-3x-10$$

1)d) on a : $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$

Les racines sont donc : $x_1=5$ et $x_2=-2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2		5	$+\infty$
$x-5$	$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$(x+2)(x-5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

D'où : $S=[-2;5]$

2) le kilogramme de farine a augmenté de 15 % :

Donc : $N=7+7\times\frac{15}{100}=7+\frac{105}{100}=7+1,05=8,05DH$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}3x-2y=7\\2x-y=4\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases}3x-2y=7\\2x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=7 & (1)\\-4x+2y=-8 & \times-2 \quad (2)\end{cases}$$

Donc : $(2)+(1)$ $3x-2y-4x+2y=7+(-8)$

Équivaut à : $-x=-1\Leftrightarrow x=1$ et on remplace dans : $2x-y=4$

Équivaut à : $2-y=4$ C'est à dire : $-y=4-2 \Leftrightarrow y=-2$

Donc : $S=\{(1,-2)\}$

Exercice 2 : 4points (1pt +1.5pt+0.5pt+1pt)

1) $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

2) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0=\frac{2}{3}$ et $v_1=4$

a) Montrer que la raison $q=6$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

a) $u_1=u_0+r=3+5=8$

$u_2=u_1+r=8+5=13$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}=(20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$$

Calculons : u_{20}

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

Donc : $u_n=u_0+nr=3+5n$

Donc : $u_{20}=3+5\times 20=3+100=103$

$$S=21\frac{3+103}{2}=21\frac{106}{2}=21\times 53=1113$$

2)a) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0=\frac{2}{3}$ et $v_1=4$

Donc : $v_1=v_0\times q$

Donc : $4=\frac{2}{3}\times q$ c'est-à-dire : $4\times 3=2\times q$

Donc : $\frac{12}{2}=q=6$

b) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q

Donc : $v_n=v_0\times q^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_n=\frac{2}{3}\times 6^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Exercice 3 : 2points (1pt+1pt)

Une urne contient 2 boules rouges ; 3 boules jaunes et 4 boules vertes
On tire simultanément 3 boules de cette urne.
1) Déterminer le nombre de tirages possibles
2) Quel est le nombre de tirages contenant 3 boules de mêmes couleurs ?

Solution :1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_9^3 = \frac{A_9^3}{3!} = \frac{9\times8\times7}{3\times2} = \frac{3\times3\times4\times2\times7}{3\times2} = 3\times4\times7 = 84$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 84.

2) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules jaunes **OU** tirer 3 boules vertes **OU** c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $C_3^3 + C_4^3$

Et on a : : $C_4^3 = \frac{A_4^3}{3!} = \frac{4\times3\times2}{3\times2\times1} = 4$ et $C_3^3 = 1$ car : $C_n^1 = n$

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $1+4=5$

Exercice 4 : 8points (0.75pt +2pt+1.5pt+1pt +0.75pt +1.5pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(3) et$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

3)a) Vérifier que : $\forall x \in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$; $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$

b) Donner le tableau de variations de f sur $\forall x \in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

4) a) Montrer que l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(3;5)$ est :

$(T): y = -3x + 14$

b) Représenter La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

c)Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{2x-1}{x-2} \geq 5$

Solution : 1) Calcul de : $f(0)$ et $f(3) et$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f(0) = \frac{2\times0-1}{0-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ et $f(3) = \frac{2\times3-1}{3-2} = \frac{5}{1} = 5$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\times\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{1-1}{\frac{-3}{2}} = \frac{0}{\frac{-3}{2}} = 0$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-1}{x-2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x}{x} = 2$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x-2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x}{x} = 2$

a) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$

On a : $\lim\limits_{x\to 2^+} 2x-1 = 4-1 = 3$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} x-2 = 0$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

$\lim_{x \to 2^+} x-2=0^+$ et $\lim_{x \to 2^+} 2x-1=3$

Donc : $\lim_{x \to 2^+} f(x)=+\infty$

b)) $\lim_{x \to 2^-} f(x)=\lim_{x \to 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$

On a: $\lim_{x \to 2^-} 2x-1=4-1=3$ et $\lim_{x \to 2^-} x-2=0^-$

Donc : $\lim_{x \to 2^-} f(x)=-\infty$

3)a) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R}-\{1\}$; $f'(x)=\left(\frac{2x-1}{x-2}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{2x-1}{x-2}\right)'=\frac{(2x-1)'(x-2)-(2x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{2(x-2)-1\times(2x-1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x-4-2x+1}{(x-2)^2}=\frac{-3}{(x-2)^2}$$

b) $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}\prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;2[$ et sur $]2;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 2$

4) a) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(3;5)$

Est : $(T): y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y=f(3)+f'(3)(x-3)$ avec $f(3)=5$

Et on a : $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}$ donc : $f'(3)=\frac{-3}{(3-2)^2}=\frac{-3}{1^2}=-3$

Donc : $(T): y=5-3(x-3)$

Donc : $(T): y=5-3x+9$

Donc : $(T): y=-3x+14$

4)b) Représentation de La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	0	1/2	1	2	3	4	
f(x)	1/2	0	-1		5	7/2	

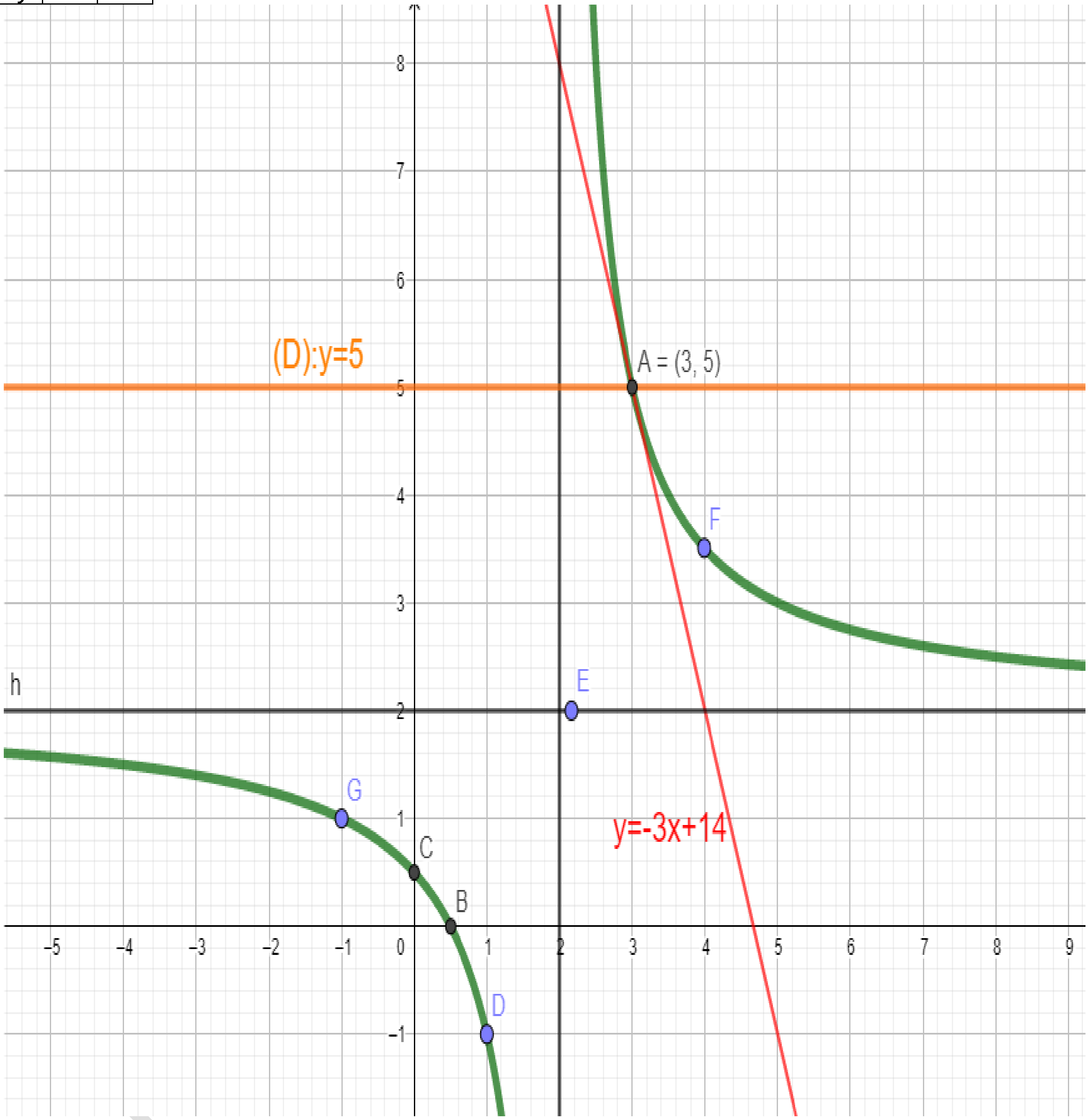
Pour construire la droite (T) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(T): y = -3x + 14$

Si x=3 alors : $y = -3\times3+14 = -9+14 = 5$

Si x=2 alors : $y = -3\times2+14 = -6+14 = 8$

x	2	3
y	8	5



c)Résolution graphique de l'inéquation : $\frac{2x-1}{x-2} \geq 5$

$\frac{2x-1}{x-2} \geq 5 \Leftrightarrow f(x) \geq 5$

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y = 5$ si $x \in]2;3]$

Donc $S =]2;3]$

Région CASABLANCA - SETTAT

2017 (SESSION NORMALE)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt+2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $5x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $5x^2 - 11x + 2 \prec 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$

4)La hauteur réelle de la Tour Eiffel est de 324m
Si vous savez que sa hauteur sur un dessin est de 6,48, quelle est l'échelle de ce dessin ?

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $5x^2 - 11x + 2 = 0$: a = 5, b =-11 et c = 2

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 5 \times 2 = 121 - 40 = 81$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{11+\sqrt{81}}{2\times 5} = \frac{11+9}{10} = \frac{20}{10} = 2$ et $x_2 = \frac{11-\sqrt{81}}{2\times 5} = \frac{11-9}{10} = \frac{1}{5}$

Donc : $S = \left\{\frac{1}{5}; 2\right\}$

2) $5x^2 - 11x + 2 \prec 0$

Les racines sont : $x_1 = 2$ et $x_2 = \frac{1}{5}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$1/5$		2		$+\infty$
$5x^2-11x+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = \left]\frac{1}{5}; 2\right[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x - 2y = -10 & (1) \times -2 \\ 5x + 2y = 11 & (2) \end{cases}$$

$(2)+(1)$ $-6x - 2y + 5x + 2y = -10 + 11$

Équivaut à : $-x = 1$

Équivaut à : $x = -1$ et on remplace dans : $3x + y = 5$

Équivaut à : $-3 + y = 5$

Équivaut à : $y = 5 + 3 = 8$ Donc : $S = \{(-1, 8)\}$

4) La hauteur réelle de la Tour Eiffel est de :324m=32400 cm

Soit : e l'échelle de ce dessin

Donc : $e \times 6.48 = 32400$

Donc : $e = \frac{32400}{6.48} = 5000$ Donc : L'échelle de ce dessin est 5000

Exercice2 : 7points (0.5pt +1pt+1.5pt+1.5pt+1pt+1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^2-8x+6$

1) Déterminer le domaine de définition de f : D_f

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=4(x-2)$

4) Donner le tableau de variations de f

5) Calculer : $f(1)$ et $f(3)$

6) Tracer la courbe (C_f) de f

Solution : 1) $f(x)=2x^2-8x+6$

On a : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ car f est une fonction polynôme

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2-8x+6=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2x^2-8x+6=\lim\limits_{x\to-\infty} 2x^2=+\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(2x^2-8x+6\right)'=2\times2x-8+0=4x-8=4(x-2)$

4) $f'(x)=0\Leftrightarrow 4(x-2)=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x-2=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x)=4x-8$ $a=4\succ0$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$4x-8$		$-$	0	$+$	

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(2)=2\times2^2-8\times2+6=8-16+6=-2$

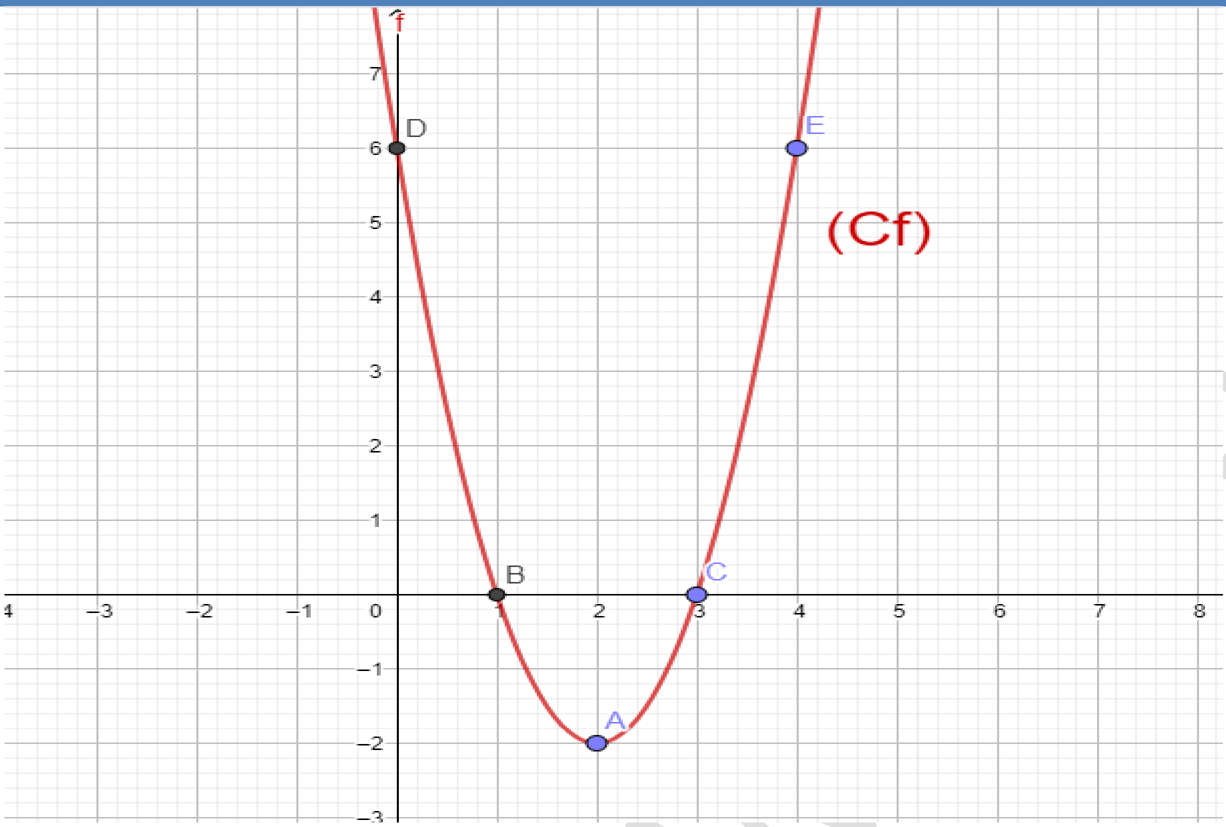
5) $f(1)=2\times1^2-8\times1+6=2-8+6=0$

$f(3)=2\times3^2-8\times3+6=18-24+6=0$

6) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	0	1	2	3	4
f(x)	6	0	-2	0	6



Exercice3 : 1points (0.5pt +0.5pt)

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^3-1}$ 2) $\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x}$

Solution : 1) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^3-1}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^3-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\times x}{x\times x\times x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$$

2) $\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x}$

On a : $\lim_{x\to0}x=0$ et $\lim_{x\to0}x^2-x=0-0=0$

Donc Formes indéterminée : $"\frac{0}{0}"$

$$\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x}=\lim_{x\to0}\frac{x\times1}{x(x-1)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{0-1}=\frac{1}{-1}=-1$$

Exercice4 : 4points (1pt +1.5pt+1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=2-\frac{3}{4}n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r=-\frac{3}{4}$

3) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

Solution : 1) $u_n = 2 - \frac{3}{4}n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 2 - \frac{3}{4} \times 0 = 2 - 0 = 2$ et $u_1 = 2 - \frac{3}{4} \times 1 = 2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{8-3}{4} = \frac{5}{4}$

2) $u_{n+1} - u_n = \left(2 - \frac{3}{4}(n+1)\right) - \left(2 - \frac{3}{4}n\right) = 2 - \frac{3}{4}n - \frac{3}{4} - 2 + \frac{3}{4}n = -\frac{3}{4}$

Donc : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4} = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = -\frac{3}{4}$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{20}}{2}$

Calculons : $u_{20} = ?$

On a : $u_n = 2 - \frac{3}{4}n$ donc : $u_{20} = 2 - \frac{3}{4} \times 20 = 2 - 3 \times 5 = 2 - 15 = -13$

$S = 21\frac{2 + (-13)}{2} = 21\frac{-11}{2} = -\frac{231}{2}$

Exercice5 : 2points (1pt +1pt)

1) calculer **:** A_7^2 et C_7^2

2)Une urne contient 2 boules blanches et 1boules rouges et 4 boules vertes
On tire au hasard **2** boules successivement et sans remise
Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega = ?$)

Solution :1) $A_7^2 = 7 \times 6 = 42$ et $C_7^2 = \frac{A_7^2}{2!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

2) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$

Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)2017(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt+2pt+1pt)

1)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 13x + 40 = 0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 + 40 \leq 13x$

2) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$

3)Déterminer combien Samia a payé pour une machine à laver sachant que 30% de son prix est égale à 1350 DH

Solution : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 13x + 40 = 0$:

a = 1, b =-13 et c = 40

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 40 = 9$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{13+\sqrt{9}}{2\times1} = \frac{13+3}{2} = \frac{16}{2} = 8$ et $x_2 = \frac{13-\sqrt{9}}{2\times1} = \frac{13-3}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Donc : $S = \{5;8\}$

b) $x^2 + 40 \leq 13x \Leftrightarrow x^2 - 13x + 40 \leq 0$

Les racines sont : $x_1 = 8$ et $x_2 = 5$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		5		8		$+\infty$
$x^2-13x+40$		+	0	−	0	+	

D'où : $S = [5;8]$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x + y = 12 \ (1) \\ 3x - y = 8 \ (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$(2)+(1) \quad x + y + 3x - y = 12 + 8$

Équivaut à : $4x = 20$

Équivaut à : $x = \frac{20}{4} = 5$ et on remplace dans : $x + y = 12 \ (1)$

Équivaut à : $5 + y = 12$

Équivaut à : $y = 12 - 5 = 7$

Donc : $S = \{(5,7)\}$

3) Soit x le prix de la machine à laver

On a : 30% de son prix est égale a 1350 DH

Donc : $x \times \frac{30}{100} = 1350$

Donc : $30x = 1350 \times 100$

Donc : $x = \frac{1350\times100}{30} = \frac{1350\times10}{3} = \frac{13500}{3} = 4500DH$

Exercice2 : 4points (2pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

1) Ecrire u_n en fonction de n et vérifier que : $u_{22} = 141$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{22}$

Solution :

1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 9 + 6n$

$u_n = 9 + 6n$ Donc : $u_{22} = 9 + 6 \times 22 = 9 + 132 = 141$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{22} = (22 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{22}}{2}$$

$$S = 23\frac{9+141}{2} = 23\frac{150}{2} = 23 \times 75 = 1725$$

Exercice3 : 8points (2.5pt +1.5pt+1pt+1pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(-2)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 8(x+1)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ et donner le tableau de variations de f

3) Montrer que L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(D): y = 8x + 3$

4) Montrer que la courbe de f coupe l'axe des abscisses en deux points à déterminer

5) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$

$f(0) = 4 \times 0^2 + 8 \times 0 + 3 = 3$

$f(-2) = 4 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 4x^2 + 8x + 3 = \lim\limits_{x \to +\infty} 4x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} 4x^2 + 8x + 3 = \lim\limits_{x \to -\infty} 4x^2 = +\infty$

2)a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = (4x^2 + 8x + 3)' = 4 \times 2x + 8 + 0 = 8x + 8 = 8(x+1)$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8(x+1) = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x) = 8x + 8$ $a = 8 \succ 0$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$8x+8$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$f(-1)=4\times(-1)^2+8\times(-1)+3=4-8+3=-1$

3)L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $(D):y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a :$a=0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(D):y=f(0)+f'(0)(x-0)$

On a : $f(0)=3$ et $f'(x)=8(x+1)$ donc : $f'(0)=8(0+1)=8$

Donc : $(D):y=3+8(x-0)$

Donc : $(D):y=8x+3$

4) les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses
Sont les solutions de l'équation : $f(x)=0$

$f(x)=0\Leftrightarrow 4x^2+8x+3=0$

Calculons le discriminant de l'équation $4x^2+8x+3=0$: a = 4, b= 8 et c = 3

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 4 \times 3 = 64-48.=16$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-8+\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{-8+4}{8}=\frac{-4}{8}=\frac{-1}{2}$ et $x_1=\frac{-8-\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{-8-4}{8}=\frac{-12}{8}=\frac{-3}{2}$

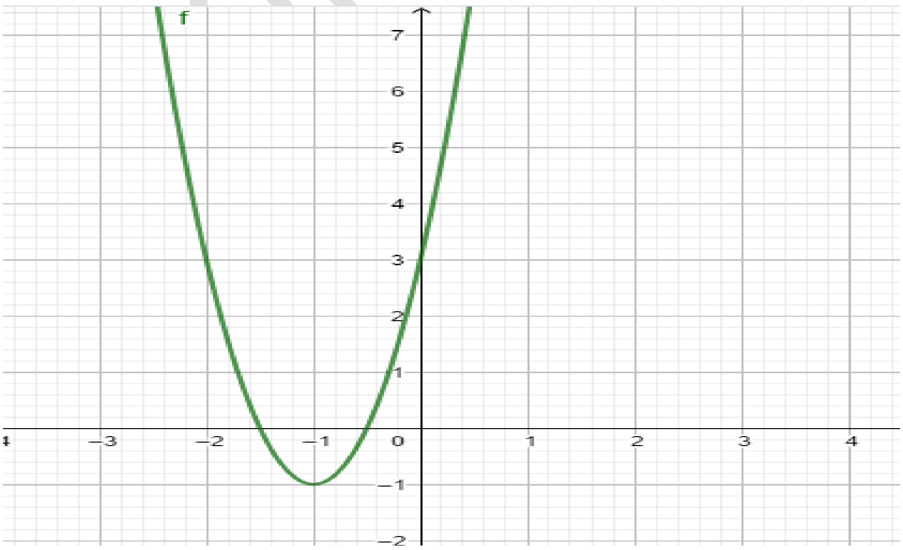
Donc : les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(\frac{-1}{2};0\right)$ et $B\left(\frac{-3}{2};0\right)$

7) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	
f(x)	15	3	-1	3	15	



Exercice4 : 2points (1pt+1pt)

Une urne contient 5boules rouges et 3 boules bleus

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules bleus ?

Solution : 1) Dans l'urne il Ya :8 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : C_8^2

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8\times7\times6!}{2\times1\times6!} = \frac{8\times7}{2} = 28$$

2) Le nombre de possibilités de tirer 2 boules bleus est : C_3^2

$$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3\times2}{2\times1} = 3$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : 3

2018(Session Normale)

Exercice1 :1points

Un salarié dans une entreprise reçoit un salaire mensuel de 10 000DH, et après une période de travail, il bénéficie d'une augmentation de son salaire, et il reçoit 1 0300 DH

Déterminer le Pourcentage d'augmentation de son salaire

Solution : Le salaire a augmenté de (en %) :

$$P_1 = \frac{10300-10000}{10000}\times 100 = \frac{300}{10000}\times 100 = 3\%$$

Soit une augmentation de : 3 %

Exercice2 :3points (1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0 = 81$ et $u_1 = 27$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = \frac{1}{3}$

2) Calculer u_2

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ en fonction de n

Solutions : 1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(u_n)_n$

Donc : $u_1 = qu_0$

Donc : $27 = q\times 81$

Donc : $q = \frac{27}{81} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

2) On a : $u_2 = qu_1$

Donc : $u_2 = \frac{1}{3}\times 27 = \frac{27}{3} = 9$

3) u_n en fonction de n ?

Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_n = u_0 \times q^n$

Donc : $u_n = 81\times\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ en fonction de n

$$S = (le\ premier\ terme\ dans\ la\ somme)\frac{1-raison^{(le\ nombre\ de\ termes)}}{1-raison}$$

$$le\ nombre\ de\ termes = n-0+1 = n+1$$

$$S = u_0\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{3}\right)} = 81\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}} = 81\times\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = \frac{243}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$$

Exercice3 :9points (0.75pt +1pt+1.5pt+1.5pt +0.75pt+0.5pt+1pt+2pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x+2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=3(x-1)(x+1)$

4) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

5) Donner le tableau de variations de f

6) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(x+2)$

7) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

8) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $f(x)=x^3-3x+2$

$f(0)=0^3-3\times0+2=0-0+2=2$

$f(1)=1^3-3\times1+2=1-3+2=0$

$f(-1)=(-1)^3-3\times(-1)+2=-1+3+2=4$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3-3x+2=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-3x+2=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=(x^3-3x+2)'=3x^2-3+0=3x^2-3=3(x^2-1)=3(x^2-1^2)=3(x-1)(x+1)$

4) $f'(x)=0\Leftrightarrow 3(x-1)(x+1)=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow x-1=0 ou\ \ x+1=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1 ou\ \ x=-1$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x)=3x^2-3$ $a=3\succ0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$3x^2-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5)Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

6) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(x+2)$

$(x-1)^2(x+2)=(x^2-2x+1)(x+2)$

$=x^3+2x^2-2x^2-4x+x+2$

$=x^3-3x+2$

$=f(x)$

Donc : $(x-1)^2(x+2)=f(x)$

7) les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Sont les solutions de l'équation : $f(x)=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=0 \text{ ou } x+2=0$

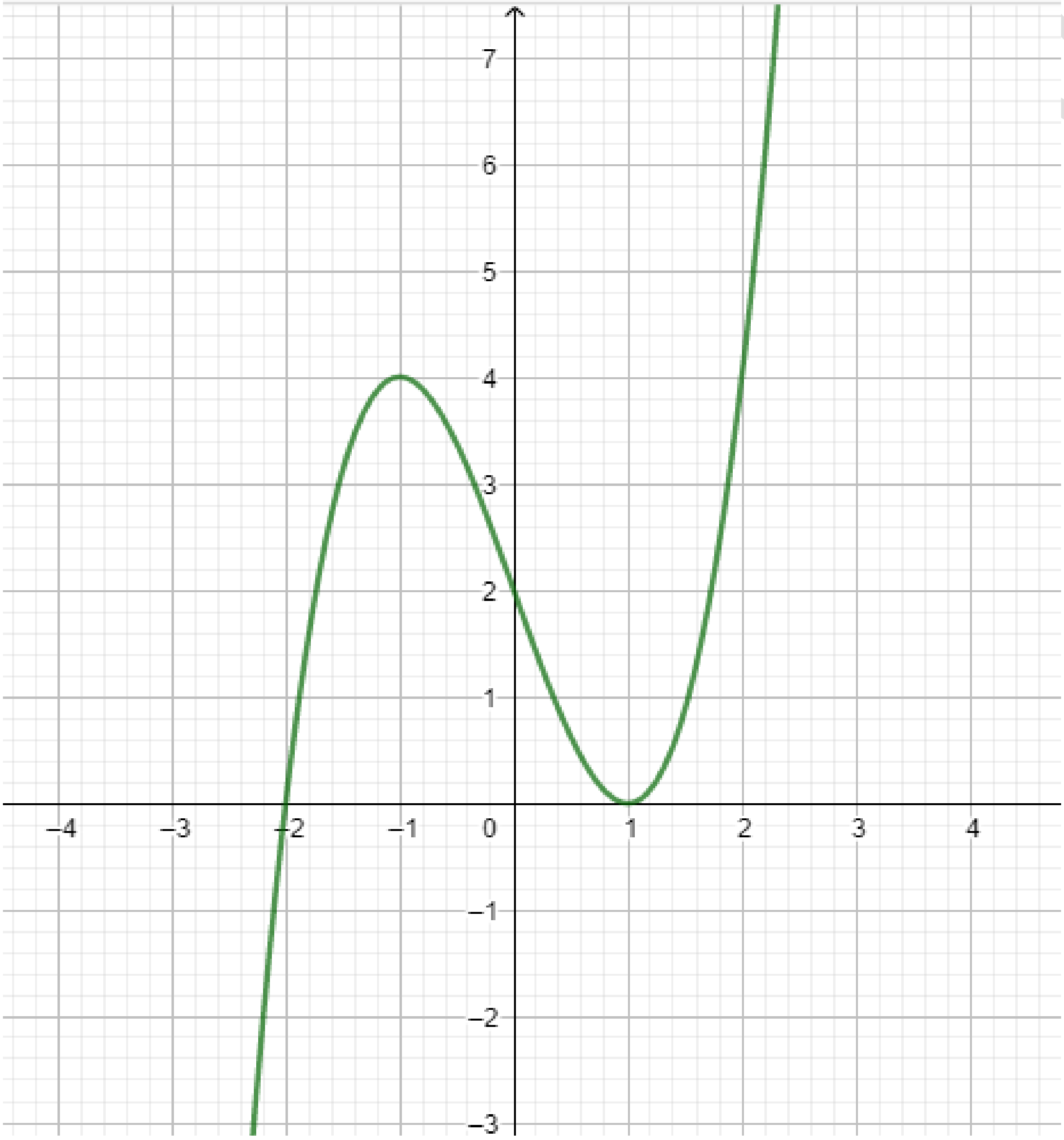
$\Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x+2=0$

$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-2$

les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont : $x=1 \text{ et } x=-2$

7) La courbe (C_f) : Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-2	-1	0	1	2	
f(x)	0	4	2	0	4	



Exercice4 :3points (1pt +1pt+1pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules Noires

On tire au hasard **2** boules successivement et avec remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega=?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1)

1^{ier} tirage	2^{er} tirage
7	7

Le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = 7\times 7 = 7^2 = 49$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules Noires **OU** c'est : **+**

1^{ier} tirage	2^{er} tirage
B 3	B 3

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

3) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule Noire **ET** c'est : **X** mais attention à l'ordre

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : $3\times 4 + 4\times 3 = 12 + 12 = 24$

Methode2 : 49 -25= **24** possibilités

Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
2018(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt +2pt +1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-12x+35=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-4\leq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+6y=9 \\ x-y=2 \end{cases}$

4) Le prix d'un sac a diminué de 15 %, le nouveau prix est 153 dh
Quelle était Le prix de ce sac avant la diminution ?

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-12x+35=0$: a = 1, b =-12et c = 35
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1=\frac{12+\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{12+2}{2}=\frac{14}{2}=7$ et $x_2=\frac{12-\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{12-2}{2}=\frac{10}{2}=5$

2) $x^2-4\leq 0 \Leftrightarrow x^2-2^2\leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)\leq 0$

$x^2-4=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \ ou \ x-2=0$

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2 \ ou \ x=2$

Les racines sont : $x_1=-2$ et $x_2=2$

On a donc le tableau de signe suivant : $x^2-4\leq 0 \ ; a=1\succ 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-2;2]$

3)Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x+6y=9 \\ x-y=2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x+6y=9 & (1) \\ 6x-6y=12 \quad \times 6 & (2) \end{cases}$

Donc : $(2)+(1)$ $x+6y+6x-6y=9+12$

Équivaut à : $7x=21$ Équivaut à : $x=\frac{21}{7}=3$ et on remplace dans : $x-y=2$

Équivaut à : $3-y=2$ C'est à dire : $y=3-2=1$

Donc : $S=\{(3,1)\}$

4) Soit M l'ancienne prix

Donc : $M-M\times\frac{15}{100}=153$

Il reste à résoudre l'équation : $M-0.15M=153$

D'où : $0.85M=153$ Ainsi $M=\frac{153}{0,85}=180dh$ **Régle** : $A\left(1-\frac{t}{100}\right)=N$

Exercice2 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 6 boules blanches ; 4boules noires indiscernables au toucher

On tire simultanément et au Hazard 3 boules de cette urne.

1) Déterminer le nombre de tirages possibles

2) Montrer que le nombre de possibilités contenant une boule blanche et deux boules Noires est : 36

Solution :1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

Dans l'urne il Ya :10 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = \frac{10\times3\times3\times4\times2}{3\times2} = 3\times4\times10 = 120$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 120.

2) Tirer une boule blanche et deux boules noires signifie : tirer 1 boule blanche parmi 6 **et** tirer 2 boules noires parmi 4

Le nombre de possibilités est : $C_6^1 \times C_4^2$

Et on a : : $C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$ et $C_6^1 = 6$ car : $C_n^1 = n$

Le nombre de possibilités est : $6\times6=36$

Exercice3 : 4points (1pt +0.5pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=8$ et $u_0=10$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Vérifier que : $u_{40}=330$

b) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{40}$

3) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n=2018$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=10$ et sa raison $r=8$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 10+8n$

2)a)$u_n = 10+8n$ Donc : $u_{40} = 10+8\times40 = 10+320 = 330$

2) b)$(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0+u_1+\cdots+u_{40} = (40-0+1)\frac{u_0+u_{40}}{2}$$

$$S = 41\frac{10+330}{2} = 41\frac{340}{2} = 41\times170 = 6970$$

3) On a : $u_n = 2018$ donc : $10+8n=2018$

Donc : $8n = 2008$

Donc : $n = \frac{2008}{8} = 251$

Exercice4 : 8points (1.5pt +1.5pt +1.5pt+0.75pt+1pt +0.5pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3x^2-3x+1$

1) a) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=3(2x-1)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

c) Donner le tableau de variations de f

3) Montrer que L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0=1$

Est : $(D): y=3x-2$

4) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) a) $f(x)=3x^2-3x+1$

$f(0)=3\times0^2-3\times0+1=1$

$f(1)=3\times1^2-3\times1+1=3-3+1=1$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\left(\frac{1}{2}\right)+1=\frac{3}{4}-\frac{3}{2}+\frac{4}{4}=\frac{3}{4}-\frac{6}{4}+\frac{4}{4}=\frac{1}{4}$$

b) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 3x^2-3x+1=\lim_{x\to+\infty} 3x^2=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 3x^2-3x+1=\lim_{x\to-\infty} 3x^2=+\infty$

2)a) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(3x^2-3x+1\right)'=3\times2x-3+0=6x-3=3(2x-1)$

b) $f'(x)=0\Leftrightarrow 3(2x-1)=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x)=6x-3$ $a=6\succ0$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$6x-3$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$1/4$	$\nearrow$ $+\infty$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

3)L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0

Est : $(D): y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

On a : $x_0 = 1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$

Est : $(D): y = f(1) + f'(1)(x-1)$

On a : $f(1) = 1$ et $f'(x) = 3(2x-1)$ donc : $f'(1) = 3(2\times1-1) = 3$

Donc : $(D): y = 1 + 3(x-1)$

Donc : $(D): y = 1 + 3x - 3$

Donc : $(D): y = 3x - 2$

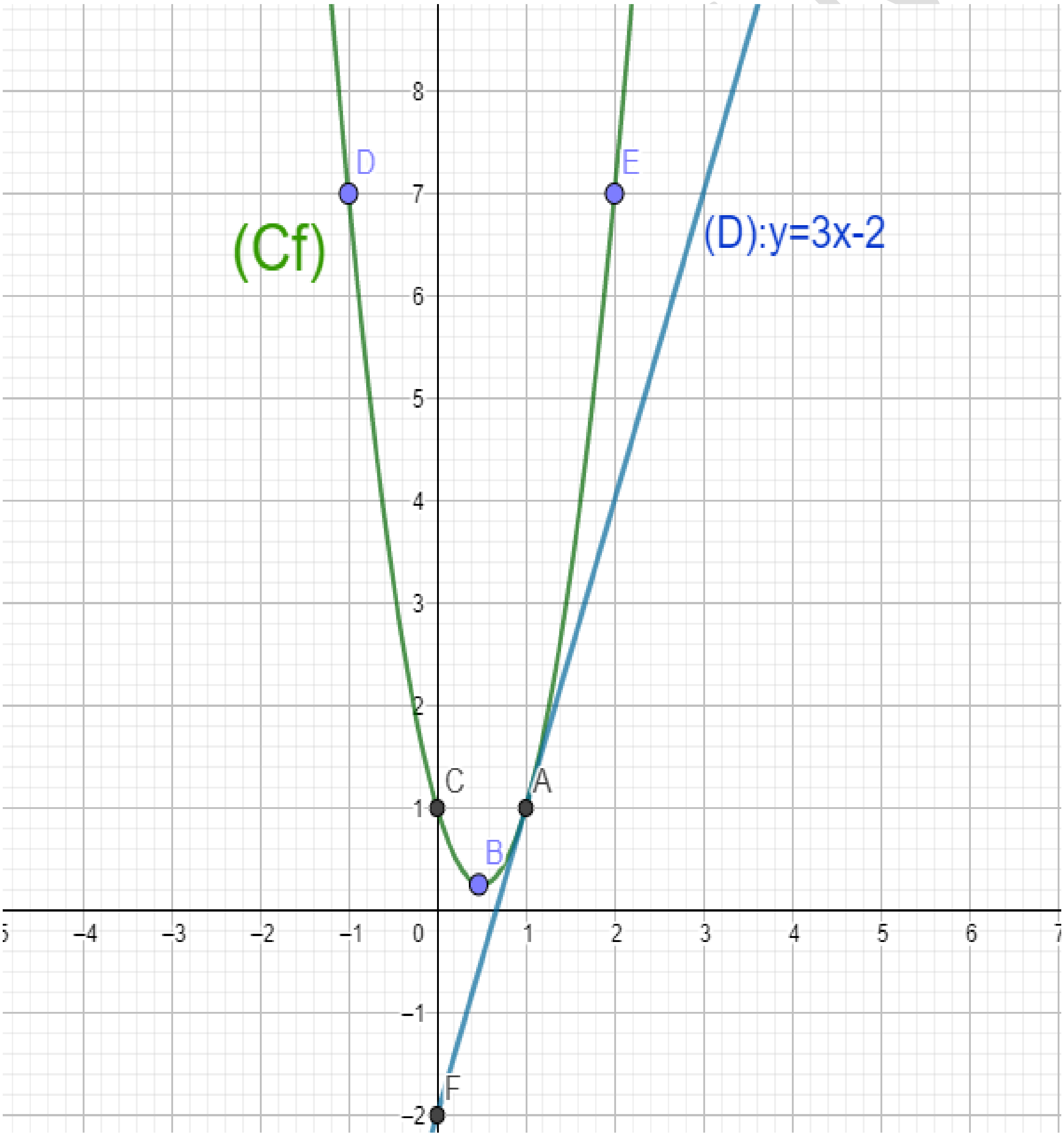
4) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1/2	1	2	
f(x)	7	1	1/4	1	7	

$f(2) = 3\times2^2 - 3\times2 + 1 = 12 - 6 + 1 = 7$

$f(-1) = 3\times(-1)^2 - 3\times(-1) + 1 = 3 + 3 + 1 = 7$



Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2018(Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +0.5pt +1.5pt +1pt+1pt)

1) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$

2) a) Montrer que le discriminent de l'équation suivante : $2x^2+x-1=0$ est : Δ = 9

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2+x-1=0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2+x-1\leq 0$

3)Le prix d'une maison est 180000 DH.

Apres un ans le prix a augmenté de 30%

Quelle est le nouveau prix de la maison après l'augmentation

Solution : 1) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y=-x \\ 2x-3y=10 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y=-x \\ 2x-3(-x)=10 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y=-x \\ 5x=10 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y=-x \\ x=\frac{10}{5}=2 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$

Donc : $S=\{(2,-2)\}$

2) a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2+x-1=0$: a = 2, b =1 et c = -1

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1+8 = 9$.

b) $2x^2+x-1=0$ Comme Δ = 9 > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-1+\sqrt{9}}{2\times 2}=\frac{-1+3}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $x_2=\frac{-1-\sqrt{9}}{2\times 2}=\frac{-1-3}{4}=\frac{-4}{4}=-1$

Donc : $S=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$

c) $2x^2+x-1\leq 0$

Les racines sont : $x_1=\frac{1}{2}$ et $x_2=-1$

On a donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		$1/2$		$+\infty$
$2x^2+x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

3) le nouveau prix de la maison après l'augmentation est :

$$P=180000+180000\times\frac{30}{100}=180000+54000=234000dh$$

Exercice2 : 2points (1pt+1pt)

Une classe contient 13 garçons et 12 filles et on souhaite élire un comité de 3 élèves

1) Combien de comités peut-on élire ?

2) Combien de comités peut-on élire formées de 2 garçons et une fille ?

Solution :1) Il s'agit d'une situation de combinaisons de 3 éléments dans un ensemble de 25 éléments (simultanément)

Donc le nombre de comités qu'on peut élire est :

$$card\,\Omega=C_{25}^{3}=\frac{A_{25}^{3}}{3!}=\frac{25\times24\times23}{3\times2\times1}=\frac{25\times4\times6\times23}{6}=25\times4\times23=100\times23=2300$$

2) Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est : $C_{13}^{2}\times C_{12}^{1}$

$$C_{13}^{2}=\frac{A_{13}^{2}}{2!}=\frac{13\times12}{2\times1}=13\times6=78 \quad \text{et} \quad C_{12}^{1}=12$$

Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est : $C_{13}^{2}\times C_{12}^{1}=87\times12=1044$

Exercice3 : 4points (1pt+2pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0=2$ et $u_1=4$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q=2$

2) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_9=1024$

3) Calculer : $S=u_0+u_1+\cdots+u_9$.

Solutions : 1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(u_n)_n$

Donc : $u_1=qu_0$

Donc : $4=q\times2$

Donc : $q=\frac{4}{2}=2$

2) u_n en fonction de n ?

Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_n=u_0\times q^n$

Donc : $u_n=2\times2^n=2^1\times2^n=2^{n+1}$

Donc : $\boxed{u_n=2^{n+1}}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Alors : $u_9=2^{9+1}=2^{10}=1024$

3) Calcul de : $S=u_0+u_1+\cdots+u_9$

$$S = \left(le\ premier\ terme\ dans\ la\ somme\right)\frac{1-raison^{(le\ nombre\ de\ termes)}}{1-raison}$$

$le\ nombre\ de\ termes = 9-0+1 = 9+1 = 10$

$$S = u_0\frac{1-2^{10}}{1-2} = 2\frac{1-1024}{-1} = (-2)\times(-1023) = 2046$$

Exercice4 : 8points (0.75pt +2pt +1.5pt+1pt+0.75pt +1pt+1pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 2x + 2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(2)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3)a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x) = 2(x-1)$

b) Etudier le signe de $x-1$ et en déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

4) Montrer que : l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est :

$(D): y = -2x+2$

5) Tracer la courbe représentative (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\leq 2$

<u>**Solutions :**</u> 1) Calcul de : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(2)$

On a : $f(x) = x^2 - 2x + 2$

Donc : $f(0) = 0^2 - 2\times0 + 2 = 0 - 0 + 2 = 2$

$f(1) = 1^2 - 2\times1 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$

$f(2) = 2^2 - 2\times2 + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - 2x + 2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x + 2 = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$

3) a) $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x) = \left(x^2 - 2x + 2\right)' = 2x - 2 = \boxed{2(x-1)}$

b) Etude du signe de $f'(x) = 2(x-1)$: $\forall x\in\mathbb{R}$

Le signe $f'(x)$ est le signe de : $x-1$

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

<u>Le tableau de variations de f</u>

$f(1) = 1^2 - 2\times1 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	1	$\nearrow$ $+\infty$

4) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est :

Est : $(D): y = f(a) + f'(a)(x-a)$ avec : $a = 0$

Donc : $(D): y = f(0) + f'(0)(x-0)$

On a : $f(2) = 2$ Et on a : $f'(x) = 2(x-1)$

Donc : $f'(0) = 2(0-1) = -2$

Donc : $(D): y = 2 + (-2)(x-0)$

Donc : $(D): y = 2 - 2x$

Donc : l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est : $(D): y = -2x+2$

6) la courbe représentative (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	**5**	0	1	2	5	

$f(3) = 3^2 - 2\times 3 + 2 = 9 - 6 + 2 = 5$

$f(-1) = (-1)^2 - 2\times(-1) + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$

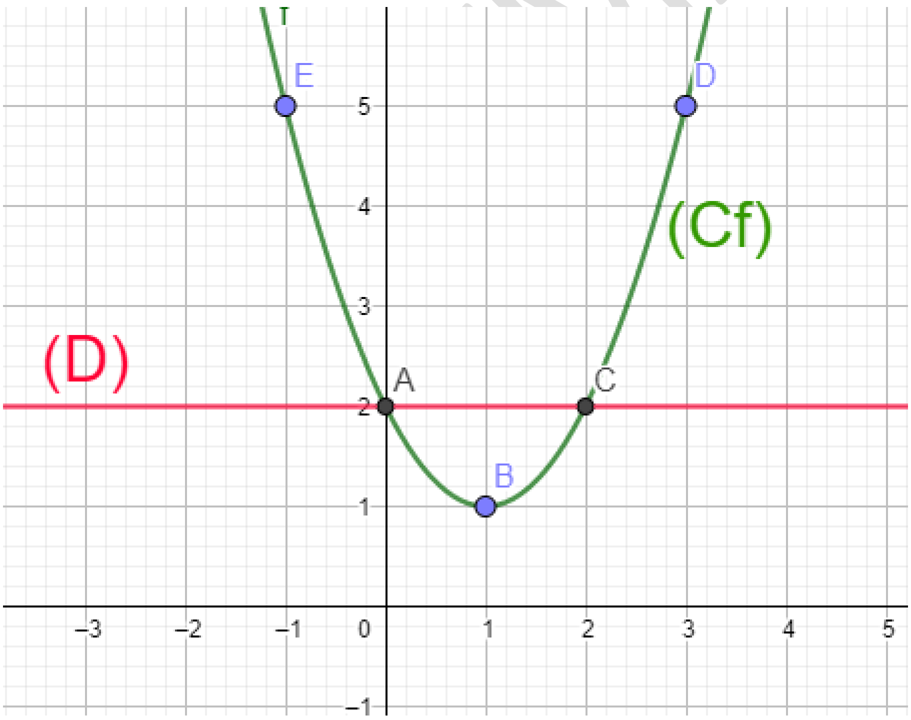
Pour construire la droite (D) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(D): y = -2x+2$

Si x=0 alors : $y = -2\times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$

Si x=1 alors : $y = -2\times 1 + 2 = -2 + 2 = 0$

x	0	1
y	2	0



6) Résolution graphique dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $f(x) \leq 2$

$f(x) \leq 2$ Signifie graphiquement que : La courbe (C_f) est au-dessous de (D)

Et la courbe (C_f) est au-dessous de (D) si $x \in [0;2]$

Donc $S = [0;2]$

Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2018 (Session Rattrapage)

Exercice1 : 6points (0.5pt +1.5pt +1pt +2pt+1pt)

1) a) Montrer que le discriminent de l'équation suivante : $5x^2+2x-7=0$ est : $\Delta = 12^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $5x^2+2x-7=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $3x^2-x+1\geq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$

4) Une caisse contient 10 billets d'argents de la catégorie 200 DH et 15 billets d'argents de la catégorie 100 DH

Déterminer le Pourcentage des billets d'argents de la catégorie 200 DH dans cette caisse ?

Solution :

1) a) Calculons le discriminant de l'équation $5x^2+2x-7=0$: a = 5, b =2 et c = -7

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 5 \times (-7) = 4+140 = 144 = 12^2$.

b) $5x^2+2x-7=0$ Comme $\Delta = 144 > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-2+\sqrt{144}}{2\times5}=\frac{-2+12}{10}=\frac{10}{10}=1$ et $x_2=\frac{-2-\sqrt{144}}{2\times5}=\frac{-2-12}{10}=\frac{-14}{10}=\frac{-7}{5}$

Donc : $S=\left\{-\frac{7}{5};1\right\}$

c) $3x^2-x+1\geq 0$

Calculons le discriminant de l'équation $3x^2-x+1=0$: a = 3, b =-1 et c = 1

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 1-12 = -11$

Donc : Pas de racines

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $+\infty$
$3x^2+2x+1$	$+$

Car : $a=3\succ 0$

D'où : $S=]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y=35-x \\ 3x-4y=0 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $35-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y=35-x \\ 3x-4(35-x)=0 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y=35-x \\ 3x-140+4x=0 \end{cases}$, Qui équivaut à $\begin{cases} y = 35 - x \\ 7x = 140 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y = 35 - x \\ x = \frac{140}{7} = 20 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} y = 35 - 20 = 15 \\ x = 20 \end{cases}$

Donc : $S = \{(20,15)\}$

4)Le Pourcentage des billets d'argents de la catégorie 200 DH dans cette caisse est :

$\frac{10}{25} \times 100 = 40\%$

Exercice2 : 4points (1pt +1pt +1pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Montrer que $(u_n)_n$ est une suite géométrique et vérifier que sa raison est : $q = \frac{1}{3}$

3) Montrer que : $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_9$

Solution :1) On a : $u_{n+1} = \frac{u_n}{3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{3} = q$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = \frac{1}{3}$

2) a) On a : $u_1 = q \times u_0$ donc $u_1 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$

b) On a : $u_2 = q \times u_1$ donc $u_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

2) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = \frac{1}{3}$

On a donc : $u_n = u_0 \times q^n$ donc : $u_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ **:**

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = \frac{1}{3}$

Alors : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_9 = u_0 \frac{1 - q^{9-0+1}}{1 - q}$

On a donc : $S = 1 \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1^{10}}{3^{10}}}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1}{59049}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{59049}\right)$

Donc : $S = \frac{3}{2}\left(\frac{59049}{59049} - \frac{1}{59049}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{59048}{59049}\right) = \frac{3 \times 59048}{2 \times 59049} = \frac{177144}{118098} \simeq 1,49997$

Exercice3 : 2points (1pt +1pt)
Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de mêmes couleurs ?

Solution :1) Dans l'urne il Ya :7 boules et on tire <u>simultanément</u> 3 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : $C_7^{\ 3}$

$$C_7^{\ 3}=\frac{7!}{3!(7-3)!}=\frac{7!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5}{3!}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=\frac{7\times6\times5}{6}=7\times5=35$$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **ou** 3 boules noires

ou c'est : **+**
Le nombre de possibilités de tirer 3 boules mêmes couleurs est : $C_4^3+C_3^3=4+1=5$

Car $C_n^1=n$ et $C_4^{\ 3}=\frac{4!}{3!(4-3)!}=\frac{4!}{3!1!}=\frac{4\times3!}{3!1!}=\frac{4\times3!}{3!}=4$

Exercice4 : 8points (1pt +1pt +2pt +0.5pt+1.5pt+2pt)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3-3x^2+1$
1) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=6x(x-1)$ avec f' la fonction dérivée de f
b) Etudier le signe de : $x(x-1)$ et en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$
3) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$
b) Déterminer les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses
4) Tracer la courbe (C_f).
Solution : 1) On a : $f(x)=2x^3-3x^2+1$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2x^3-3x^2+1=\lim_{x\to+\infty} 2x^3=+\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 2x^3-3x^2+1=\lim_{x\to-\infty} 2x^3=-\infty$$

2) a) $\forall x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(2x^3-3x^2+1\right)'=2\times3x^2-3\times2x+0=6x^2-6x=6x(x-1)$

b) le signe de $f'(x)=6x(x-1)$est le signe de : $x(x-1)$

$x(x-1)=0\Leftrightarrow x=0 \ ou\ x-1=0$

$x(x-1)=0\Leftrightarrow x=0 \ ou\ x=1$

Le tableau de signe de $x(x-1)$ est :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Le tableau de variation de f est :

$f(0)=2\times0^3-3\times0+1=0-0+1=+1$

$f(1)=2\times1^3-3\times1+1=2-3+1=0$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3) a) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$

$$(x-1)^2(2x+1)=\left(x^2-2x\times1+1^2\right)(2x+1)$$
$$=\left(x^2-2x+1\right)(2x+1)=2x^3+x^2-4x^2-2x+2x+1$$
$$=2x^3-3x^2+1$$
$$=f(x)$$

Donc : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$

b) Etudions les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses :
Les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses
Sont les solutions de l'équation : $f(x)=0$

$$f(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^2(2x+1)=0$$
$$\Leftrightarrow(x-1)^2=0 \text{ ou } 2x+1=0$$
$$\Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } 2x=-1$$
$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-\frac{1}{2}$$

La courbe de f coupe l'axe des abscisses en deux points : $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$ et $B(1;0)$

4) Tracer la courbe (C_f).
Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

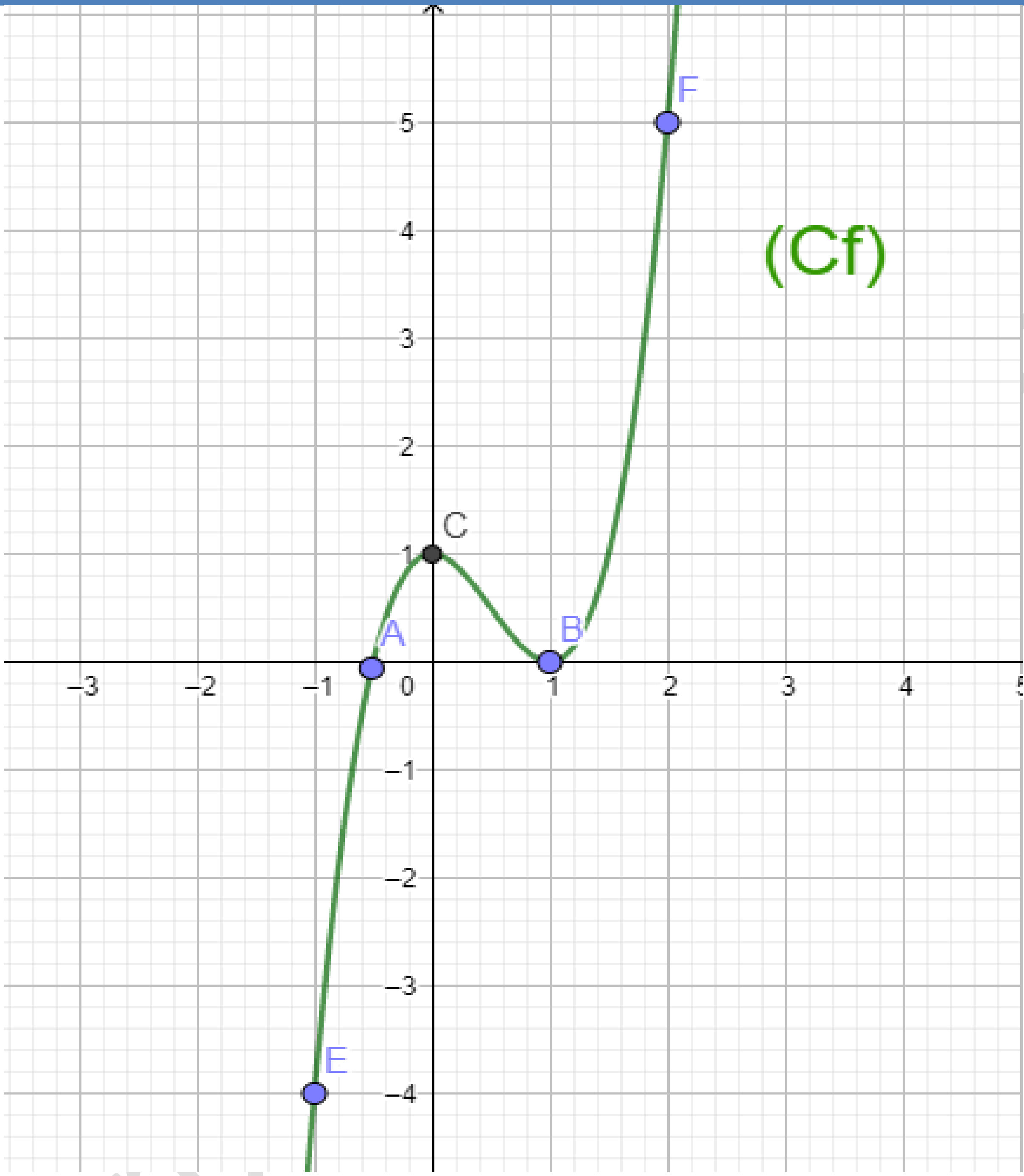
x	-1	0	1	2
f(x)	-4	1	0	5

$f(0)=2\times0^3-3\times0+1=0-0+1=+1$

$f(1)=2\times1^3-3\times1+1=2-3+1=0$

$f(2)=2\times2^3-3\times2^2+1=16-12+1=5$

$f(-1)=2\times(-1)^3-3\times(-1)^2+1=-2-3+1=-4$


(Cf)
F
C
A
B
E
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
1
2
3
4

2018 Dakhla oued Dahab (Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +1pt +2pt+1pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-5x+4=0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-5x+4\leq 0$

2) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases}2x-y=-1\\x+2y=12\end{cases}$

3)Le nombre de membres d'une association sportive au cours de l'année 2017 est de 140, et en 2018, ce nombre a augmenté de 5%
Calculer le nombre actuel de membres de cette association

Solution : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-5x+4=0$: a = 1, b =-5 et c = 4
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1=\frac{5+\sqrt{9}}{2\times 1}=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4$ et $x_2=\frac{5-\sqrt{9}}{2\times 1}=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1$

Donc : $S=\{1;4\}$

b) $x^2-5x+4\leq 0$
Les racines sont : $x_1=4$ et $x_2=1$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[1;4]$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}2x-y=-1\\x+2y=12\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases}2x-y=-1\\x+2y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=-2 & \times 2\,(1)\\x+2y=12 & (2)\end{cases}$$

$(2)+(1)$ $4x-2y+x+2y=-2+12$

Équivaut à : $5x=10$

Équivaut à : $x=\frac{10}{5}=2$ et on remplace dans : $2x-y=-1$

Équivaut à : $4-y=-1$

Équivaut à : $-y=-5$

Équivaut à : $y=5$

Donc : $S=\{(2,5)\}$

3)le nombre actuel de membres de cette association est :

$$N=140+140\times\frac{5}{100}=140+7=147$$

Exercice2 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

$u_n = 3n + 1 \ \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = 3$

3) Vérifier que : $u_{19} = 58$

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{19}$

Solution : 1) : $u_n = 3n + 1 \ \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_0 = 3\times 0 + 1 = 1$

$u_1 = 3\times 1 + 1 = 3 + 1 = 4$

2) $u_{n+1} - u_n = (3(n+1)+1) - (3n+1) = 3n + 3 + 1 - 3n - 1 = 3 = r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison : $r = 3$

3) $u_{19} = 3\times 19 + 1 = 57 + 1 = 58$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{19} = (19 - 0 + 1)\dfrac{u_0 + u_{19}}{2}$

$S = 20\dfrac{1+58}{2} = 10\times 59 = 590$

Exercice3 : 8points (2pt +2pt +2pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{x-3}{x}$

1) Calculer : $f(1)$ et $f(3)$ et $f(-3)$ et $f(-1)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

3) Donner une interprétation géométrique de ces limites

4) Calculer : $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}^*$

5) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}^*$ et déduire le tableau de variations de f

6) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1)) Calcul de : $f(1)$ et $f(3)$ et $f(-3)$ et $f(-1)$

$f(1) = \dfrac{1-3}{1} = \dfrac{-2}{1} = -2$ et $f(3) = \dfrac{3-3}{3} = \dfrac{0}{3} = 0$ et $f(-3) = \dfrac{-3-3}{-3} = \dfrac{-6}{-3} = 2$ et

$f(-1) = \dfrac{-1-3}{-1} = \dfrac{-4}{-1} = 4$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-3}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x} = 1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-3}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{x} = 1$

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x-3}{x}$

On a: $\lim\limits_{x\to 0^+} x - 3 = 0 - 3 = -3$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} x = 0^+$

Donc : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x-3}{x}$

On a : $\lim\limits_{x\to 0^-} x - 3 = 0 - 3 = -3$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} x = 0^-$

Donc : $\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

3)Interprétation géométrique des résultats :

a) On a : $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

La droite (Δ_1): $x = 0$ est une asymptote vertical a la courbe C_f

b) On a : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

La droite (Δ_2): $y = 1$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f

4) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$; $f'(x) = \left(\frac{x-3}{x}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{x-3}{x}\right)' = \frac{(x-3)' \times x - (x-3) \times x'}{x^2} = \frac{1x - 1 \times (x-3)}{x^2} = \frac{x - x + 3}{x^2} = \frac{3}{x^2}$$

5) $f'(x) = \frac{3}{x^2} \succ 0$

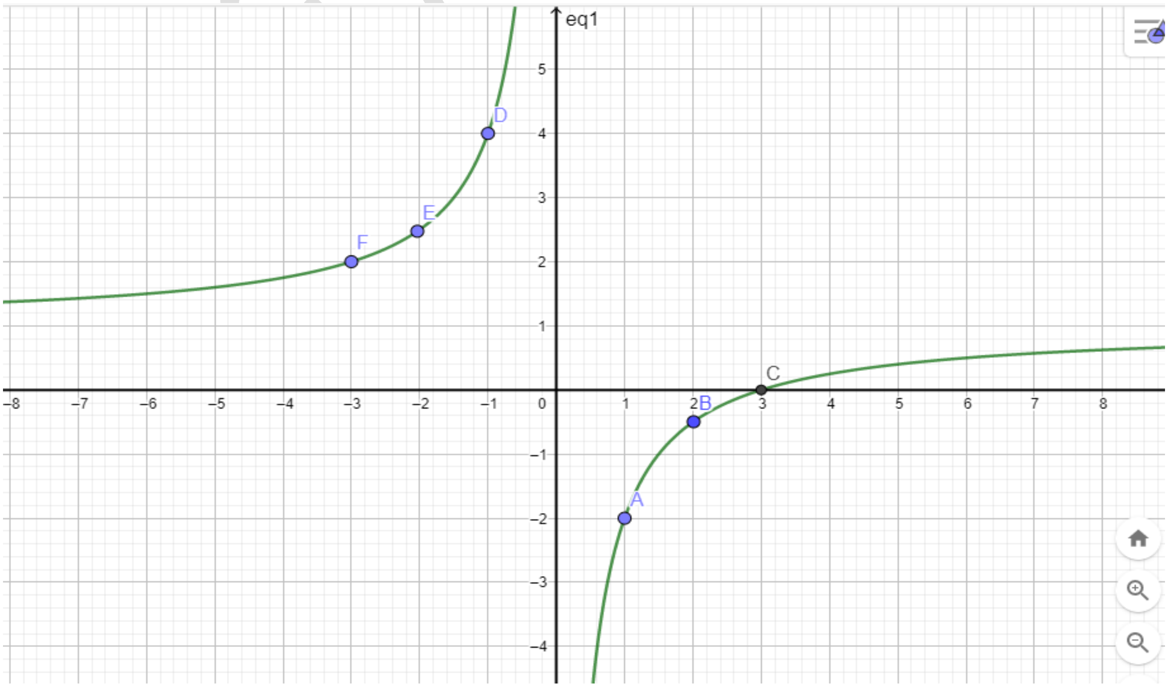
Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 1$

6) la courbe (C_f).

x	-3	-2	-1		1	2	3
$f(x)$	2	5/2	4		-2	-1/2	0



Exercice4 : 2points (1pt+1pt)
Une urne contient 2 boules vertes et 3 boules rouges

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est 10

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution : 1) Dans l'urne il Ya :5 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5\times 4}{2} = 10$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 10.

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules vertes **OU** tirer 2 boules rouges

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $C_2^2 + C_3^2$

$C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!} = \frac{3\times 2}{2} = 3$ et $C_2^2 = 1$

Remarque : $C_n^{n-1} = n$ et $C_n^1 = n$ et $C_n^n = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $1+3=4$

Région de Fès Meknès (Taza Taounat) 2018 (Session Normale)

Exercice1 : 4.5points (1pt +0.5pt +1pt+2pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-2x^2+4x+6=0$

2) a) Vérifier que : $-2(x+1)(x-3)=-2x^2+4x+6$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $-2x^2+4x+6\leq 0$

3) Déterminer x et y tel que : $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 4x+y=5 \end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $-2x^2+4x+6=0$: a = -2, b =4 et c =6

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (-2) \times 6 = 16+48 = 64$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-4+\sqrt{64}}{2\times(-2)}=\frac{-4+8}{-4}=\frac{4}{-4}=-1$ et $x_2=\frac{-4-\sqrt{64}}{2\times(-2)}=\frac{-4-8}{-4}=\frac{-12}{-4}=3$

Par suite : $S=\{-1;3\}$

2) a)

$$\begin{aligned} -2(x+1)(x-3) &= -2(x^2-3x+x-3) \\ &= -2(x^2-2x-3) \\ &= -2x^2+4x+6 \end{aligned}$$

2) $-2x^2+4x+6\leq 0$

Les racines de $-2x^2+4x+6$ sont : $x_1=-1$ et $x_2=3$

On donc le tableau de signe suivant : $a=-2\prec 0$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$-2x^2+4x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D'où : $S=]-\infty;-1]\cup[3;+\infty[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} 3x-y=2 & (1) \\ 4x+y=5 & (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

Donc : $(2)+(1)$ $3x-y+4x+y=2+5$

Équivaut à : $7x=7$

Équivaut à : $x=\frac{7}{7}=1$ et on remplace dans : $4x+y=5$ (2)

Équivaut à : $4\times 1+y=5$ C'est à dire : $y=5-4=1$

Donc : $x=1$ et $y=1$

Exercice2 : 3points (1pt +1pt +1pt)

Dans Une petite usine il Ya 4 hommes et 6 femmes

1)Déterminer le pourcentage de femmes dans cette usine

2)Le propriétaire de l'usine choisi parmi les ouvriers et les ouvrières un groupe de 3 personnes

a) Quel est le nombre de groupes possibles ?

b) Quel est le nombre de groupes contenant 1 hommes et 2 femmes ?

Solution :1) le pourcentage de femmes dans cette usine est : $P\% = 100\times\frac{6}{10} = 60\%$

2)a) $C_{10}^{3} = \frac{A_{10}^{3}}{3!} = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = \frac{10\times3\times3\times2\times4}{3\times2\times1} = 10\times3\times4 = 120$

Le nombre d'ensembles possibles est : 120

b) le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est : $C_{4}^{1}\times C_{6}^{2}$

$C_{6}^{2} = \frac{A_{6}^{2}}{2!} = \frac{6\times5}{2\times1} = \frac{30}{2} = 15$ et $C_{4}^{1} = 4$ car : $C_{n}^{1} = n$

Le nombre d'ensembles contenant 1 hommes et 2 femmes est : $4\times15 = 60$

Exercice3 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

1) Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_7 = 6$ et $u_8 = 12$

Déterminer la raison q de cette suite

2)Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = 3n-5$: $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer : v_0 et v_{39}

b) Montrer que de la suite $(v_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r = 3$

c) Calculer la somme suivante : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{39}$

Solution : 1) la raison q ??

On a : $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Donc :$u_8 = qu_7$

Donc :$12 = q\times6$

Donc :$q = \frac{12}{6} = 2$

2) a) On a : $v_n = 3n-5$: $\forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_0 = 3\times0-5 = 0-5 = -5$ et $v_{39} = 3\times39-5 = 117-5 = 112$

b) $v_{n+1}-v_n = (3(n+1)-5)-(3n-5) = 3n+3-5-3n+5 = 3 = r$

Donc : $v_{n+1}-v_n = 3 = r \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $(v_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $v_0 = -5$ et sa raison $r = 3$

c) $(v_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{39} = (39-0+1)\frac{v_0+v_{39}}{2}$

$S = 40\frac{-5+112}{2} = 20\frac{107}{2} = 10\times107 = 1070$

Exercice4 : 3points (1pt +1pt +1pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x+7}{3x-3}$

1)Déterminer D_f

2) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to1\\x\succ1}} f(x)$

3) Calculer : $\forall x\in D_f$; $f'(x)$ avec f' la fonction dérivée de f

Solution : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 3 \neq 0\}$

$3x - 3 = 0 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{3} = 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+7}{3x-3} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$

b) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{2x+7}{3x-3}$

On a : $\lim\limits_{x \to 1^+} 2x + 7 = 2\times1+7 = 2+7 = 9$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} 3x - 3 = 0$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$3x-3$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

2) Calculer : $\forall x \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x) = \left(\frac{2x+7}{3x-3}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$f'(x) = \left(\frac{2x+7}{3x-3}\right)' = \frac{(2x+7)'(3x-3)-(2x+7)(3x-3)'}{(3x-3)^2} = \frac{2(3x-3)-(2x+7)\times3}{(3x-3)^2}$

$f'(x) = \frac{6x-6-6x-21}{(3x-3)^2} = \frac{-27}{(3x-3)^2}$

Exercice5 : 5.5points (1pt +1pt +1pt+1.5pt +1pt)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

1) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

2) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $g'(x) = 3x(x-2)$

3) Calculer : $g(0)$ et $g(1)$ et $g(2)$

4) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

5) Calculer le nombre dérivé : $g'(1)$ et en déduire l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1

Solution : 1) Calcul de : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 - 3x^2 + 2 = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 - 3x^2 + 2 = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

2) $\forall x \in \mathbb{R}$: $g'(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)' = 3x^2 - 3\times2x + 0 = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

3) On a : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Donc : $g(0) = 0^3 - 3\times0^2 + 2 = 0 - 0 + 2 = 2$

$g(1) = 1^3 - 3\times1^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$

$g(2)=2^3-3\times 2^2+2=8-12+2=-2$

4) $\forall x\in\mathbb{R}\ g'(x)=3x(x-2)$

$3x(x-2)=0 \Leftrightarrow 3x=0\ ou\ \ x-2=0 \Leftrightarrow x=0 ou\ \ x=2$

Le tableau de signe est le suivant :

$g'(x)=3x^2-6x \quad : a=3\succ 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : g est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;0]$ et sur $[2;+\infty[$

Et g est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

Le tableau de variation de g est :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Car : $g(0)=2$ et $g(2)=-2$

5) a) Calculer du nombre dérivé : $g'(1)$

On a : $g'(x)=3x(x-2) \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Donc : $g'(1)=3\times1(1-2)=3\times(-1)=-3$

a) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1 ?
L'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse a

Est : $(T): y=g(a)+g'(a)(x-a)$

On a : $a=1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1

Est : $(T): y=g(1)+g'(1)(x-1)$

On a : $g(1)=0$ Et on a : $g'(1)=-3$

Donc : $(T): y=0-3(x-1)$

Donc : $(T): y=-3x+3$

Région de Rabat Salé Kénitra
2018(Session Normale)

Exercice1 : 5points (2pt +1pt +2pt)
(2018) salé Kenitra

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 - x - 1 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2 - x - 1 \prec 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 1 = 0$: a = 2, b =-1 et c = -1

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1+8=9$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{1+\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ et $x_2 = \frac{1-\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

Donc : $S = \left\{ -\frac{1}{2} ; 1 \right\}$

2) $2x^2 - x - 1 \prec 0$

Les racines sont : $x_1 = 1$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-1/2$		1		$+\infty$
$2x^2 - x - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = \left] -\frac{1}{2} ; 1 \right[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x - y = 1 \; (1) \\ x + 2y = 7 \quad (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \; (1) \\ -x - 2y = -7 \quad (2) \times -1 \end{cases}$$

$(2)+(1) \quad x - y - x - 2y = -7 + 1$

Équivaut à : $-3y = -6$

Équivaut à : $y = \frac{6}{3} = 2$ et on remplace dans : $x - y = 1 \; (1)$

Équivaut à : $x - 2 = 1$ C'est-à-dire : $x = 1 + 2 = 3$

Donc : $S = \{(3, 2)\}$

Exercice2 : 1point

Dans une classe de 40 élèves il Ya 16 filles.

Donner le pourcentage des garçons dans cette classe

Solution : Le pourcentage des garçons dans cette classe est :

$P = \frac{n_G}{n_T} \times 100\%$

Le nombre de garçons dans cette classe est : $n_G = 40-16 = 24$

$P_G = \frac{24}{40}\times 100 = 60\%$

Exercice3 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 6$ et $u_{20} = 46$

1) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Montrer que 2018 est un terme de cette suite

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006}$

Solution :1) la raison r ??

On a : $\forall (n;p)\in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 20 et p=0 on a :$u_{20} = u_0 + (20-0)r$

Donc : $u_{20} = u_0 + 20r$

Donc : $46 = 6+20r \Leftrightarrow 20r = 46-6 \Leftrightarrow 20r = 40 \Leftrightarrow r = \frac{40}{20} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 6+2n$

Donc : $u_n = 6+2n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

3) $u_n = 2018$ signifie $6+2n = 2018$

Signifie $2n = 2018-6$

Signifie $2n = 2012$

Signifie $n = \frac{2012}{2} = 1006$

Donc : $u_{1006} = 2018$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 2$

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1006} = (1006-0+1)\frac{u_0 + u_{1006}}{2}$

$S = 1007\frac{6+2018}{2} = 1007\frac{2024}{2} = 1007\times 1012 = 1019084$

Exercice4 : 8points (0.5pt +1.5pt +1.5pt+1pt +1pt+1pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

1)Déterminer D_f

2) a) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to 3^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

b) Donner une interprétation géométrique de ces limites

4) a) Montrer que : $\forall x \in D_f$; $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$ et Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in D_f$

b) En déduire le tableau de variations de f

5)a) Calculer : $f(1)$ *et* $f(3)$ *et* $f(-2)$ *et* $f(-5)$

b) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq 0\}$

$x+1=0\Leftrightarrow x=-1$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-3}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-3}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x}=1$

a) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{x-3}{x+1}$

On a: $\lim\limits_{x\to-1^+} x-3=-1-3=-4$ et $\lim\limits_{x\to -1^+} x+1=0$

x	$-\infty$ -1 $+\infty$
$x+1$	$-$ 0 $+$

$\lim\limits_{x\to-1^+} x+1=0^+$ et $\lim\limits_{x\to-1^+} x-3=-4$

Donc : $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-\infty$

b) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{x-3}{x+1}$ $\lim\limits_{x\to -1^-} x+1=0^-$ et $\lim\limits_{x\to-1^-} x-3=-4$

Donc : $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$

3)Interprétation géométrique des résultats :

a) On a : $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$

La droite (Δ_1): $x=-1$ est une asymptote vertical a la courbe C_f

b) On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

La droite (Δ_2): $y=1$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f

4) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$; $f'(x)=\left(\frac{x-3}{x+1}\right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{x-3}{x+1}\right)'=\frac{(x-3)'(x+1)-(x-3)(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{1(x+1)-1\times(x-3)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x+1-x+3}{(x+1)^2}=\frac{4}{(x+1)^2}\succ 0$$

b) $f'(x)=\frac{4}{(x+1)^2}\succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;-1[$ et sur $]-1;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 1$

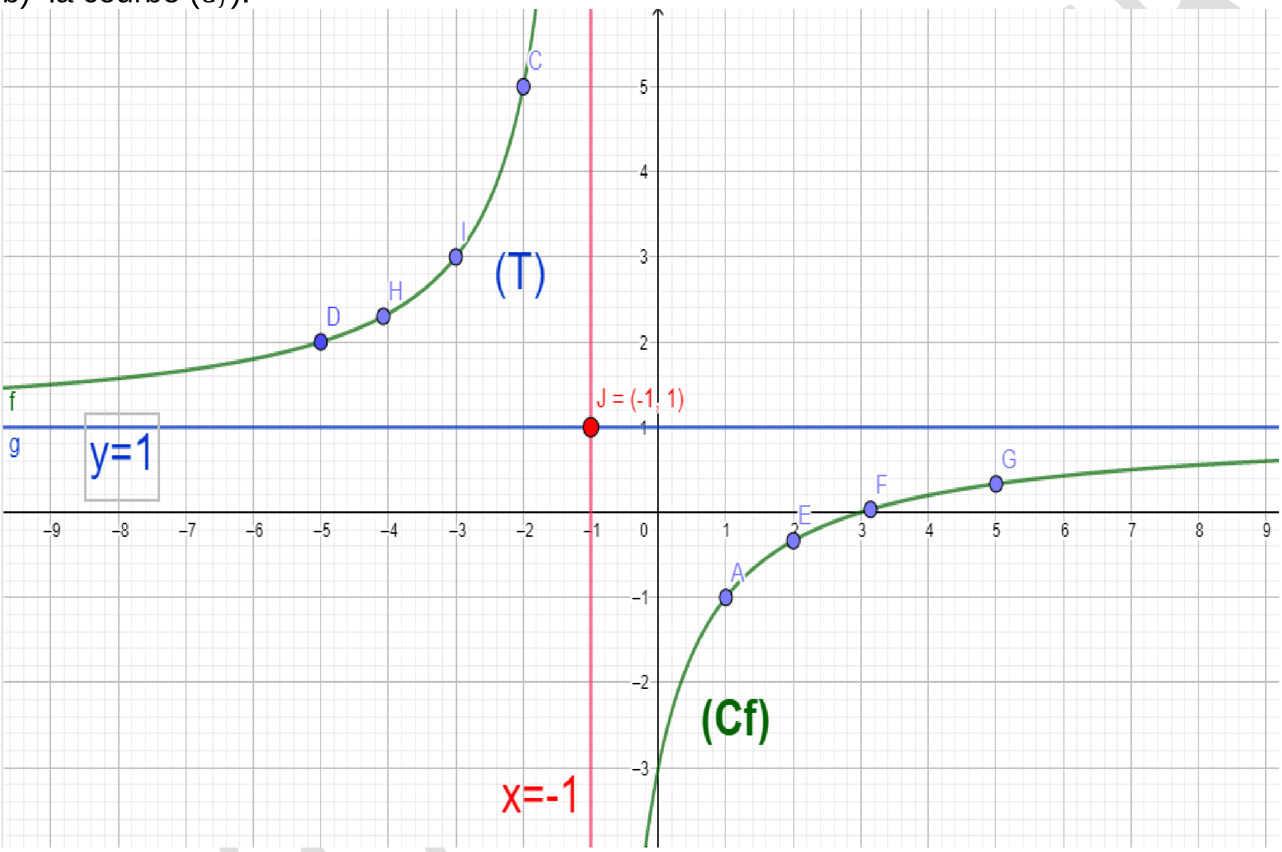
5)a) Calcul de : $f\left(1\right)$ et $f\left(3\right)$ et $f\left(-2\right)et$ $f\left(-5\right)$

$f\left(1\right)=\frac{1-3}{1+1}=\frac{-2}{2}=-1$ et $f\left(3\right)=\frac{3-3}{3+1}=\frac{0}{4}=0$ et $f\left(-2\right)=\frac{-2-3}{-2+1}=\frac{-5}{-1}=5$ et

$f\left(-5\right)=\frac{-5-3}{-5+1}=\frac{-8}{-4}=2$

x	-4	-3	-2	[redacted]	0	1	2
$f\left(x\right)$	7/3	3	5	[redacted]	-3	-1	-1/3

b) la courbe (C_f).



Exercice5 : 5points (1pt +0.5pt +0.5pt)

1)Calculer : C_9^2 et C_4^2

2) Un bouquet de fleurs se compose de 2 roses blanches, 4 roses rouges et 3 roses jaunes
Nous choisissons au hasard 2 roses simultanément du bouquet de fleurs
a) Montrer que le nombre de choix possibles est 36
b) Combien y a-t-il de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs

Solution : 1)$C_9^2=\frac{A_9^2}{2!}=\frac{9\times8}{2\times1}=\frac{72}{2}=36$ et $C_4^2=\frac{A_4^2}{2!}=\frac{4\times3}{2}=6$

2)a) le nombre total de fleurs dans le bouquet de fleurs est : 2+4+3=9

Donc : Le nombre de choix possibles est : $card\,\Omega=C_9^2=\frac{A_9^2}{2!}=\frac{9\times8}{2\times1}=\frac{72}{2}=36$

Choisir deux fleurs de mêmes couleurs signifie :
Choisir 2 roses blanches **ou** Choisir 2 roses rouges **ou** Choisir 2 roses jaunes
Donc : Le nombre de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs est :
$C_2^2+C_4^2+C_3^2=1+6+3=10$ Car : $C_2^2=1\,et\,C_3^2=3$

Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
2019(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt +2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2-3x+1=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2-3x+1\leq 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=9 \\ x-2y=3 \end{cases}$

4)Une classe contient 35 étudiants. 20% d'entre eux sont intéressés par le dessin. Combien d'élèves sont intéressés par le dessin ?

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2-3x+1=0$: a = 2, b =-3 et c = 1

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{3+\sqrt{1}}{2\times 2}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{1}}{2\times 2}=\frac{3-1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

Donc : $S=\left\{\frac{1}{2};1\right\}$

2) $2x^2-3x+1\leq 0$

Les racines sont : $x_1=1$ et $x_2=\frac{1}{2}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$1/2$		1		$+\infty$
$2x^2-3x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left[\frac{1}{2};1\right]$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=9 \ (1) \\ x-2y=3 \ (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x+y=9 \\ x-2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=9 \ (1) \\ -x+2y=-3 \ (2)\times -1 \end{cases}$$

$(2)+(1)$ $\quad x+y-x+2y=9-3$

Équivaut à : $3y=6$

Équivaut à : $y=\frac{6}{3}=2$ et on remplace dans : $x+y=9 \ (1)$

Équivaut à : $x+2=9$ c'est-à-dire : $x=9-2=7$

Donc : $S=\{(7,2)\}$

4) le pourcentage des étudiants qui sont intéressés par le dessin est : 20%

Donc Le nombre d'étudiants qui sont intéressés par le dessin est : $D=35\times\frac{20}{100}=\frac{700}{100}=7$

Exercice2 : 4points (1pt +0.5pt +1.5pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=8$ et $u_5=50$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2)a) Vérifier que : $u_0=10$

b) calculer : u_{20}

3) trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n=178$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r=8$ et $u_5=50$

Donc : $u_n=u_5+(n-5)r=50+(n-5)8$

Donc : $u_n=50+8n-40=10+8n$

2) a) On a : $u_n=10+8n$ donc : $u_0=10+8\times0=10+0=10$

2) b) On a : $u_n=10+8n$ donc : $u_{20}=10+8\times20=10+160=170$

3) On a : $u_n=178$ donc : $10+8n=178$

Donc : $8n=178-10$

Donc : $n=\frac{168}{8}=21$

Exercice3 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 4 boules portant chacune le numéro 1 et 6 boules portant chacune
Le numéro 2
On tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne.
1) Combien de tirages sont possibles ?
2) Combien y a-t-il de possibilités contenant 3 boules portant toutes le numéro 2 ?

Solution : 1) Dans l'urne il Ya 10 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega=C_{10}^3=\frac{A_{10}^3}{3!}=\frac{10\times9\times8}{3\times2}=\frac{10\times3\times3\times4\times2}{6}=10\times3\times4=120$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 120.

1) Tirer 3 boules portant toutes le numéro 2 signifie : C_6^3

$C_6^3=\frac{A_6^3}{3!}=\frac{6\times5\times4}{3\times2}=5\times4=20$

Donc : Le nombre de possibilités contenant 3 boules portant toutes le numéro 2 est : 20

Exercice4 : 8points (2pt +1.5pt +1.5pt+0.5pt+0.5pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-6x+5$

1)a) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f(3)$ et $f(5)$

b) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=2(x-3)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

c) Donner le tableau de variations de f

3) Déterminer L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0=1$

4) Tracer la courbe (C_f).

Solution : 1) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

a) $f(0) = 0^2 - 6\times 0 + 5 = 5$

$f(1) = 1^2 - 6\times 1 + 5 = 1 - 6 + 5 = 0$

$f(3) = 3^2 - 6\times 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$

$f(5) = 5^2 - 6\times 5 + 5 = 25 - 30 + 5 = 0$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - 6x + 5 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 6x + 5 = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$

2)a) $\forall x \in \mathbb{R}\ f'(x) = (x^2 - 6x + 5)' = 2x - 6 + 0 = 2x - 6 = 2(x-3)$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-3) = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x) = 2x - 6$ $\quad a = 2 \succ 0$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x-6$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

$f(3) = -4$

3)L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$

Est : $(D): y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

On a : $x_0 = 1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$

Est : $(D): y = f(1) + f'(1)(x-1)$

On a : $f(1) = 0$ et $f'(x) = 2(x-3)$ donc : $f'(1) = 2(1-3) = -4$

Donc : $(D): y = 0 - 4(x-1)$

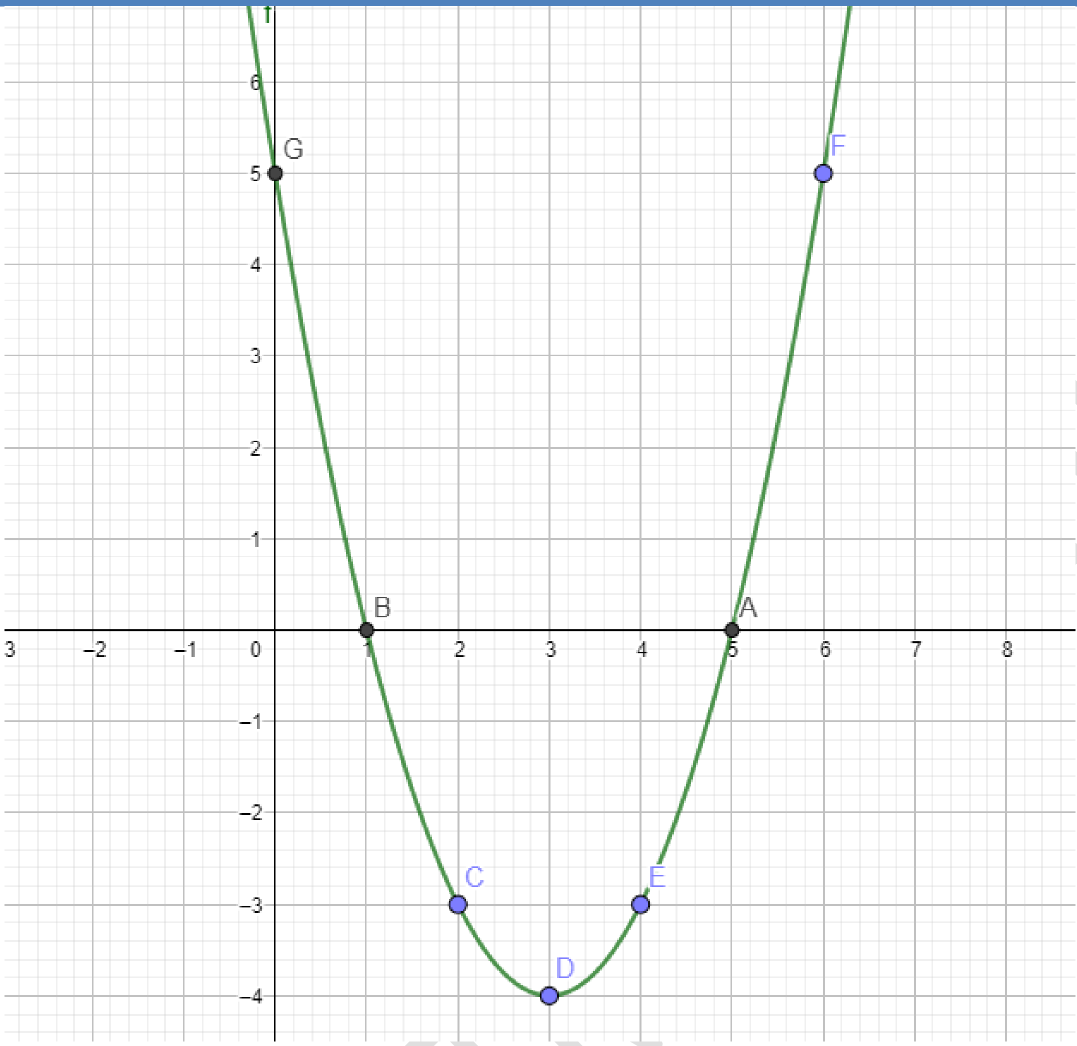
Donc : $(D): y = -4x + 4$

Donc : L'équation de la tangente est : $(D): y = -4x + 4$

4) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	5	0	-3	-4	-3	0



G
F
B
A
C
E
D
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
3
−2
−1
2
3
4
5
6
7
8

Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
2020(Session Normale)

Exercice1 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt)

1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$x^2 - 12x - 13 = 0$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} x + y = -5 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$

3) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+1)(x-13) \leq 0$

Solution :1) Le discriminant de $x^2 - 12x - 13 = 0$ est
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times (-13) = 196$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{-(-12)+\sqrt{196}}{2\times 1} = \frac{12+14}{2} = \frac{26}{2} = 13 \text{ et } x_2 = \frac{-(-12)-\sqrt{196}}{2\times 1} = \frac{12-14}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S = \{-1;13\}$

2) Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x + y = -5 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$ On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y = -5 - x \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $-5-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y = -5 - x \\ 5x + 2(-5-x) = -4 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y = -5 - x \\ 5x - 10 - 2x = -4 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y = -5 - x \\ 3x = -4 + 10 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y = -5 - x \\ 3x = 6 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y = -5 - x \\ x = 2 \end{cases}$

Qui équivaut à $\begin{cases} y = -5 - 2 = -7 \\ x = 2 \end{cases}$

Donc : $S = \{(2,-7)\}$

2) a) $(x+1)(x-13) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 13x + x - 13 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 13 \leq 0$

On commence étudier le signe du trinôme : $x^2 - 12x - 13$
$x_1 = 13$ et $x_2 = -1$ sont les racines

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
$x^2-12x-13$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(x+1)(x-13) \leq 0$

Est donc : $S = [-1;13]$.

Exercice2 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $5500+\frac{45}{100}x\le 10000$

b) les Frais de transports de Rachid avec sa voiture sont les suivants

- 45 dh les Frais de carburant par100 kilomètre
- 5500 dh les Frais d'entretiens et d'assurance et Taxe

Déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

2)Le prix d'un four électrique après la diminution est 2800 dh et son prix initial est 3500 dh.
Déterminer le pourcentage de diminution de son prix initial

Solution :1) $5500+\frac{45}{100}x\le 10000$ signifie que : $\frac{45}{100}x\le 10000-5500$

Signifie que : $\frac{45}{100}x\le 4500$ Signifie que : $45x\le 4500\times 100$

Signifie que : $45x\le 450000$ Signifie que : $x\le\frac{450000}{45}$ Signifie que : $x\le 10000$

Donc : $S=\left]-\infty;10000\right]$

2)soit x en kilomètre la distance parcourue par Rachid avec sa voiture par année
On a : 45 dh les Frais de carburant par100 kilomètre

Pour 1 kilomètre les frais du carburant sont : $\frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais du carburant sont : $x\times\frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais sont donc : $5500+\frac{45}{100}x$

Pour déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

On doit résoudre l'inéquation suivante : $5500+\frac{45}{100}x\le 10000$

$5500+\frac{45}{100}x\le 10000$ Signifie que : $x\le 10000$

La plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh est $10000km$

2)Le prix du four électrique à diminuer de (en %) : $\frac{3500-2800}{2800}\times 100=25\%$

Le pourcentage de diminution de son prix initial : 25%

Exercice3 : 6points (1.5pt +1pt +1pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=6$ et sa raison $r=3$

1) Calculer u_1 et u_2 et u_4

2) Ecrire u_n en fonction de n et calculer u_7

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n=3u_n-1\quad \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer v_1 et v_2 et v_4

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

Solution :1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=6$ et sa raison $r=3$

$u_1=u_0+r=6+3=9$

$u_2=u_1+r=9+3=12$

$u_3=u_2+r=12+3=15$

$u_4=u_3+r=15+3=18$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=6$ et sa raison $r=3$

Donc : $u_n=u_0+nr=6+3n$

$u_n=6+3n$ Donc : $u_7=6+3\times7=6+21=27$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=(n-0+1)\frac{u_0+u_n}{2}$$

$$S=(n+1)\frac{6+6+3n}{2}=(n+1)\frac{12+3n}{2}$$

4) a) On a : $v_n=3u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_1=3u_1-1=3\times9-1=27-1=26$

Et : $v_2=3u_2-1=3\times12-1=36-1=35$

Et : $v_4=3u_4-1=3\times18-1=54-1=53$

4) b) $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$ On ne connait rien sur la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On a : $v_n=3u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n=(3u_0-1)+(3u_1-1)+(3u_2-1)+\cdots+(3u_n-1)$

Donc : $T=(3u_0+3u_1+3u_2\cdots+3u_n)+\underbrace{(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{n+1 fois\,(-1)}$

Donc : $T=3(u_0+u_1+u_2\cdots+u_n)+(n+1)\times(-1)$

Donc :

$$T=3(n+1)\frac{12+3n}{2}-(n+1)=(n+1)\left(\frac{36+9n}{2}-1\right)=(n+1)\left(\frac{36+9n-2}{2}\right)=(n+1)\left(\frac{34+9n}{2}\right)$$

Exercice4 : 6points (1pt +1pt +1pt +1pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0=4$ et $u_{n+1}=5u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

1) Déterminer la nature de la suite $(u_n)_n$ et vérifier que sa raison est : 5

2) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $v_n=\frac{1}{5}u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer v_0 et v_1

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

Solution : 1) On a : $u_{n+1}=5u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n}=5=q \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

2) a) On a : $u_1=q\times u_0$ donc $u_1=5\times 4=20$

b) On a : $u_2=q\times u_1$ donc $u_2=5\times 20=100$

2) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

On a donc : $u_n=u_0\times q^n$ donc : $u_n=4\times 5^n$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$ **:**

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

Alors : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=u_0\frac{1-q^{n-0+1}}{1-q}$

On a donc : $S=4\frac{1-5^{n+1}}{1-5}=4\frac{1-5^{n+1}}{-4}=-1\left(1-5^{n+1}\right)=-1+5^{n+1}$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n=\frac{1}{5}u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calcul de v_0 et v_1 :

$v_0=\frac{1}{5}u_0=\frac{1}{5}\times 4=\frac{4}{5}$ et $v_1=\frac{1}{5}u_1=\frac{1}{5}\times 20=\frac{20}{5}=4$

c) Calcul en fonction de n la somme suivante : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

$$T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n=\frac{1}{5}u_0+\frac{1}{5}u_1+\frac{1}{5}u_2+\cdots+\frac{1}{5}u_n=\frac{1}{5}(u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n)$$

$$T=\frac{1}{5}\times S=\frac{1}{5}\times\left(-1+5^{n+1}\right)=-\frac{1}{5}+5^{n+1}\times\frac{1}{5}=-\frac{1}{5}+5^n$$

Région de Rabat Salé Kénitra

2020(Session Normale)

Exercice1 : 2points (1pt +1pt)
Sachant que le prix d'achat de 50 mètres d'un tissu est 1500DH ; calculer
1) Le prix d'achat de 75 mètres de ce tissu
2) La longueur du tissu acheté à 4800DH
Solution : 1) il y'a proportionnalité

50m	75
1500DH	x

Signifie que : $\frac{1500}{50}=\frac{x}{75}$ Signifie que : $75\times1500=50\times x$

Signifie que : $x=\frac{1500\times75}{50}$

Signifie que : $x=2250dh$

2) 3) $k=\frac{1500}{50}=30dh$ est le coefficient de proportionnalité : c'est le prix 1m de tissu

Avec *4800DH*, *La longueur du tissu acheté est :* $L=\frac{4800}{30}=160m$

Exercice2 : 6points (1pt +1pt +1pt +1pt +1pt+1pt)
1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a) $x^2-3x=0$ b) $x(x+1)-(x+1)=0$
2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-9x+14=0$
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-9x+14\leq0$
3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases}4x+3y=41\\2x+5y=45\end{cases}$
b) Youssef a acheté 4 kilogrammes de farine et 3 kilogrammes de riz et à payer 41 DH, tandis que Mariem a acheté du même épicier 2 kilogrammes de farine et 5 kilogrammes de riz et à payer 45 DH, Déterminer le prix d'un kilogramme de farine et le prix d'un kilo de riz.
Solution : 1)a) $x^2-3x=0\Leftrightarrow x(x-3)=0$

$\Leftrightarrow x=0\ ou\ x-3=0$

$\Leftrightarrow x=0\ ou\ x=3$

Par suite : $S=\{0;3\}$

b) $x(x+1)-(x+1)=0\Leftrightarrow(x+1)(x-1)=0$

$\Leftrightarrow x+1=0\ ou\ x-1=0$

$\Leftrightarrow x=-1\ ou\ x=1$ Par suite : $S=\{-1;1\}$

2) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-9x+14=0$: a = 1, b =-9 et c = 14
Donc : Δ = b^2 – 4ac = (-9)^2 – 4 x 1 x 14 = 81- 56=25
Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-(-9)+\sqrt{25}}{2\times1}=\frac{9+5}{2}=\frac{14}{2}=7$ et $x_1=\frac{-(-9)-\sqrt{25}}{2\times1}=\frac{9-5}{2}=\frac{4}{2}=2$

Par suite : $S=\{2;7\}$

2)b) $x^2-9x+14\leq 0$

Les racines sont : $x_1=7$ et $x_2=2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		7		$+\infty$
$x^2-3x+14$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[2;7]$

3) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}4x+3y=41\\2x+5y=45\end{cases}$

$$\begin{cases}4x+3y=41\\2x+5y=45\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+3y=41 & (1)\\-4x-10y=-90 & \times-2\quad(2)\end{cases}$$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

Donc : $(2)+(1)$ $4x+3y-4x-10y=41-90$

Équivaut à : $-7y=-49$

Équivaut à : $y=\frac{-49}{-7}=7$ et on remplace dans : $4x+3y=41$

Équivaut à : $4x+3\times 7=41$ C'est à dire : $4x=41-21$

Donc : $x=\frac{20}{4}=5$

Donc : $S=\{(5,7)\}$

2) Soit x le prix d'un kilo de farine et y le prix d'un kilo de riz

On sait que Youssef a acheté 4 kilogrammes de farine et 3 kilogrammes de riz et à payer 41 DH donc : 4x + 3y = 41

On sait aussi que : Mariem a acheté du même épicier 2 kilogrammes de farine et 5 kilogrammes de riz et à payer 45 DH donc : 2x +5 y = 45

On retrouve les deux équations du système de la question précédente : $\begin{cases}4x+3y=41\\2x+5y=45\end{cases}$

Par conséquent : le prix d'un kilo de farine est : 5DH

Le prix d'un kilo de riz est :7 DH

Exercice3 : 6points (1pt +1pt +1pt +1pt +2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite numérique définie par :$u_0=1$ et $u_{n+1}-1=u_n+2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est arithmétique de raison : $r=3$

2) Calculer : u_1 et u_2

3) Montrer que : $u_n=1+3n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

4) a) pour quelle valeur de n a -t-on : $u_n=37$? justifier la réponse

b) Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{12}$

Solution : 1) : $u_{n+1}-1=u_n+2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1}-u_n=3$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison : $r=3$

2) $u_1=u_0+r=2+3=5$

$u_2=u_1+r=5+3=8$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison : $r = 3$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n = 1 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$u_n = 37 \Leftrightarrow 1 + 3n = 37 \Leftrightarrow 3n = 37 - 1 \Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = \frac{36}{3} = 12$$

Donc : $u_{12} = 37$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{12} = (12 - 1 + 1)\dfrac{u_1 + u_{12}}{2}$

$$S = 12\frac{5+37}{2} = 12\frac{42}{2} = 12 \times 21 = 252$$

Exercice3 : 6points (2pt +1pt +1pt +2pt)

Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique de raison q tel que $v_0 = 3$ et $v_3 = 24$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = 2$

2) Calculer : v_1 et v_2

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) Montrer que : $v_0 + v_1 + \cdots + v_5 = 189$

Solutions : 1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(v_n)_n$

Donc : $v_3 = q^3 v_0$

Donc : $24 = q^3 \times 3$

Donc : $q^3 = \dfrac{24}{3} = 8$

Donc : $q = 2$

2) On a : $v_1 = q v_0$

Donc : $v_1 = 2 \times 3 = 6$

On a : $v_2 = q v_1$

Donc : $v_2 = 2 \times 6 = 12$

3) v_n en fonction de n ?

Puisque $(v_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $v_n = v_0 \times q^n$

Donc : $v_n = 3 \times 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) $v_0 + v_1 + \cdots + v_5 = (\text{le premier terme dans la somme})\dfrac{1 - \text{raison}^{(\text{le nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$

$$\text{le nombre de termes} = 5 - 0 + 1 = 6$$

$$S = v_0\frac{1 - 2^6}{1 - 2} = 3\frac{1 - 64}{-1} = -3 \times (-63) = 189$$

Région de Rabat Salé Kénitra
(Session Normale)2021

Exercice1 : 6points (1pt +1pt +1pt +2pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 16x = 0$

2)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 + 5x - 3 = 0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$

3)a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 7x + 6y = 85 \end{cases}$$

b) Ahmed à acheter 13 ampoules de deux types A et B avec le montant total de 501 dirhams. Sachant qu'une ampoule de type A vaut 42 dirhams et qu'une ampoule de type B vaut 36 dirhams. Déterminez le nombre de chaque type crayon d'ampoules.

Solution :1) $x^2 - 16x = 0 \Leftrightarrow x(x-16) = 0$

$$\Leftrightarrow x(x-16) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x - 16 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 16$$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S = \{0;16\}$

2) Le discriminant de $2x^2 + 5x - 3 = 0$ est

$\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 24 = 49$ et ses solutions sont :

$x_1 = \frac{-5+\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{-5-\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S = \left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$

2) $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$

Les racines sont : $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = -3$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-3		$1/2$		$+\infty$
$2x^2+5x-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = \left[-3; \frac{1}{2}\right]$

3) a) Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x + y = 13 \\ 7x + 6y = 85 \end{cases}$ On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y = 13 - x \\ 7x + 6y = 85 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $13 - x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y = 13 - x \\ 7x + 6(13 - x) = 85 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y = 13 - x \\ 7x + 78 - 6x = 85 \end{cases}$, Qui équivaut à $\begin{cases} y = 13 - x \\ x = 85 - 78 = 7 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y = 13 - 7 = 6 \\ x = 7 \end{cases}$

Donc : $S = \{(7,6)\}$

b) Soit x le nombre d'ampoule de type A et y le nombre d'ampoule de type B
On sait que :

- Ahmed à acheter 13 ampoules de deux types A et B: cette donnée s'écrit : x + y = 13
- Le montant total de 501 dirhams et qu'une ampoule de type A vaut 42 dirhams et qu'une ampoule de type B vaut 36 dirhams : Ces données s'écrivent :42x +36 y = 510

$$42x + 36y = 510 \Leftrightarrow 7 \times 6x + 6 \times 6y = 510$$

$$\Leftrightarrow 6(7x + 6y) = 510$$

$$\Leftrightarrow 7x + 6y = \frac{510}{6}$$

$$\Leftrightarrow 7x + 6y = 85$$

On retrouve les deux équations de la question précédente : $\begin{cases} x + y = 13 \\ 7x + 6y = 85 \end{cases}$

C'est à dire : $\begin{cases} x = 7 \\ y = 6 \end{cases}$

Par conséquent : le nombre d'ampoule de type A est 7
Le nombre d'ampoule de type B est 6.

Exercice2 : 6points (2pt +1pt +1pt +2pt)

1) Un employé touche un salaire mensuel de 4200 DH ; il en réserve 8 % pour les transports.
Calculer les frais mensuels de transport de cet employé

2) Apres réduction de 15% le prix d'un smartphone est devenu 2125 DH.
Quel est son prix initial ?

Solution :1) les frais mensuels de transport de cet employé sont : $F = 4200 \times \frac{8}{100} = 336DH$

2) Soit M le prix initial

Donc : $M - M \times \frac{15}{100} = 2125$

Il reste à résoudre l'équation :D'où : $M - 0.15M = 2125$

D'où : $M(1-0,15) = 2125$

D'où : $0.85M = 2125$

Ainsi : $M = \frac{2125}{0,85} = 2500dh$

Régle : $M\left(1 - \frac{t}{100}\right) = N$ avec M l'ancienne prix et N Le nouveau prix

Exercice3 : 2points (0.5pt +0.5pt +0.5pt +0.5pt)

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} 4x^2 - 3x + 2$ 2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 6x + 10}$ 3) $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{3x + 1}{x - 2}$ 4) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$

Solution : 1) $\lim\limits_{x \to -\infty} 4x^2 - 3x + 2 = ?$

$$\lim_{x \to -\infty} 4x^2 - 3x + 2 = \lim_{x \to -\infty} 4x^2 = +\infty$$

2) $\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x^2+5x-3}{x^2-6x+10}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x^2}{x^2}=-3$

3) $\lim_{x\to2^-}\frac{3x+1}{x-2}=?$

On a : $\lim_{x\to2^-}x-2=0^-$ et $\lim_{x\to2^-}3x+1=3\times2+1=7$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

Donc : $\lim_{x\to2^-}x-2=0^-$

Par suite : $\lim_{x\to2^-}\frac{3x+1}{x-2}=-\infty$

4) $\lim_{x\to3}\frac{x-3}{x^2-9}$

On a : $\lim_{x\to3}x-3=0$ et $\lim_{x\to3}x^2-9=3^2-9=9-9=0$

Donc Formes indéterminée : "$\frac{0}{0}$"

$$\lim_{x\to3}\frac{x-3}{x^2-9}=\lim_{x\to3}\frac{x-3}{(x-3)(x+3)}=\lim_{x\to3}\frac{1}{x+3}=\frac{1}{6}$$

Exercice4 : 6points (2pt +1pt +1pt +2pt)

1)Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=-2n+3\ \ \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calculer : u_0 et u_1

b) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r=-2$

c) Montrer que : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$

d) Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_{49}$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique telle que sa raison q est négative et $v_2=36$ et $v_4=324$

a) Vérifier que sa raison $q=-3$

b) calculer v_0 et écrire v_n en fonction de n

Solution : 1) a) $u_n=-2n+3\ \ \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $u_0=-2\times0+3=3$

$u_1=-2\times1+3=-2+3=1$

b) $u_{n+1}-u_n=(-2(n+1)+3)-(-2n+3)=-2n-2+3+2n-3=-2=r$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison : $r=-2$

c) $u_n=-95\Leftrightarrow-2n+3=-95\Leftrightarrow-2n=-95-3$

$$-2n=-98\Leftrightarrow n=\frac{-98}{-2}\Leftrightarrow n=49$$

Donc : -95 est un terme de la suite $(u_n)_n$ et on a : $u_{49}=-95$

d) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{49} = (49-1+1)\dfrac{u_1+u_{49}}{2}$

$$S = 49\frac{1+(-95)}{2} = 49\frac{-94}{2} = 49\times(-47) = -2303$$

2) a) la raison q ?? On a : $\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2 \quad v_n = q^{n-p}v_p$

Pour n= 4 et p=2 on a : $v_4 = q^{4-2}v_2$

Donc : $324 = q^2 36 \Leftrightarrow q^2 = \dfrac{324}{36} \Leftrightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = \sqrt{9}\ ou\ q = -\sqrt{9} \Leftrightarrow q = 3\ ou\ q = -3$

Puisque : la raison q est négative

Donc : $q = -3$

b) Calcul de v_0

On a : $\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2 \quad v_n = q^{n-p}v_p$

Pour n= 2 et p=0 on a : $36 = (-3)^2 v_0$: Donc $v_2 = q^{2-0}v_0$

Donc : $36 = 9v_0$ c'est-à-dire : $v_0 = \dfrac{36}{9} = 4$

v_n En fonction de n ?

$v_n = v_0(-3)^{n-0} \Leftrightarrow v_n = 4(-3)^n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Exercice5 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt)

Une urne contient : 2boule rouge et 4boule Blanche et 1boule noire

On tire au hasard **3** boules successivement et avec remise

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 343

2) calculer le nombre de tirages de 3 boules de mêmes couleurs

3) calculer le nombre de tirages ne comprenant aucune boule rouge

Solution :1)

1ier tirage	2er tirage	3er tirage
7	7	7

Le nombre de tirages possibles est : $7\times7\times7 = 7^3 = 343$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie :

Tirer 3 boules blanches **ou** Tirer 3 boules rouges **ou** Tirer 3 boules noires

1ier tirage	2er tirage	3er tirage
B 4	B 4	B 4

ou

1ier tirage	2er tirage	3er tirage
R 2	R 2	R 2

ou

1ier tirage	2er tirage	3er tirage
N 1	N 1	N 1

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est :

$4^3 + 2^3 + 1^3 = 64+8+1 = 73$ Car : $C_2^2 = 1\ et\ C_3^2 = 3$

2) Ne tirer aucune boule rouge signifie : tirer 3 boules parmi les autres couleurs

C'est-à-dire : parmi 5 boules

1ier tirage	2er tirage	3er tirage
$\overline{R}$:5	$\overline{R}$:5	$\overline{R}$:5

Le nombre de tirages ne comprenant aucune boule rouge est : $5^3 = 125$

امتحان تجريبي 2

Exercice1 : 2points

Une personne a acheté 20 kg de citron et 30 litres de lait par une somme de 248 dirhams, puis il a acheté 40 kg de citrons et 20 litres de lait par la même somme, c'est à dire 248 dirhams.
Déterminer le prix d'un kilo de citron et d'un litre de lait

Solution : Soient : x le prix d'un kilo de citron et y le prix d'un litre de lait

Puisqu'il a acheté 20 kg de citron et 30 litres de lait par une somme de 248 dirhams alors :
$20x + 30y = 248\ (1)$

Puisqu'il a acheté 40 kg de citrons et 20 litres de lait par la même somme Alors :
$40x + 20y = 248(2)$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} 20x + 30y = 248\ (1) \\ 40x + 20y = 248(2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} 20x + 30y = 248\ (1) \\ 40x + 20y = 248(2) \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -40x - 60y = -496\ (1) \\ 40x + 20y = 248(2) \end{cases}$

Donc : $(2)+(1)$ $\quad -40x - 60y + 40x + 20y = -496 + 248$

Donc : $(2)+(1)$ $\quad -40y = -248$

Équivaut à : $y = \frac{-248}{-40} = 6,2$ et on remplace dans : $20x + 30y = 248\ (1)$

Équivaut à : $20x + 30 \times 6,2 = 248$ C'est à dire : $20x = 248 - 186 = 62$

C'est à dire : $x = \frac{62}{20} = 3,1$

Donc : le prix d'un kilo de citron est : 3,1dh
Le prix d'un litre de lait est : 6,2 dh

Exercice2 : 6points (1pt +1pt +0.5pt +1.5pt +2pt)

Le contrat de location insiste sur une augmentation annuelle du loyer de 20 %.

Soit u_1 le prix de location pour la première année : $u_1 = 3125$ dirhams

Soit u_2 le prix de location pour la deuxième année

Soit u_n le prix de location pour l'année de rang n

1) Calculer : u_2

2) a) Montrer que : $u_{n+1} = \frac{6}{5}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est géométrique et déterminer sa raison

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer la somme des prix de location pour les 6 premières années

Remarque : $6^6 = 46656\ et\ 5^6 = 15625$

Solution :1) Calcul de u_2 :

u_2 C'est Le prix à payer après l'augmentation annuelle du loyer de 20 %. **:**

$$u_2 = 3125 + 3125 \times \frac{20}{100} = 3125 + 3125 \times \frac{1}{5} = 3125 + 625 = 3750\,dh$$

2) on a : $u_{n+1} = u_n + u_n \times \frac{20}{100} = u_n\left(1+\frac{1}{5}\right) = \frac{6}{5}\times u_n$

Donc : la suite $(u_n)_n$ est géométrique et sa raison est : $q = \frac{6}{5}$

3) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique de premier terme $u_1 = 3125$ et sa raison $q = \frac{6}{5}$

On a donc : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ donc : $u_n = 3125\times\left(\frac{6}{5}\right)^{n-1}$

4) Calculer la somme des prix de location pour les 6 premières années

On va Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6$ **:**

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_1 = 3125$et sa raison $q = \frac{6}{5}$

Alors : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = u_1 \frac{1-q^{6-1+1}}{1-q}$

On a donc : $S = 3125\frac{1-\left(\frac{6}{5}\right)^6}{1-\frac{6}{5}} = 3125\frac{1-\left(\frac{6}{5}\right)^6}{-\frac{1}{5}} = -5\times 3125\left(1-\frac{46656}{15625}\right) = -15625\left(\frac{15625-46656}{15625}\right)$

$S = -(15625-46656) = 31031DH$

Exercice3 : 8points (2pt +1.5pt +1.5pt+0.5pt+0.5pt+1pt+1pt)

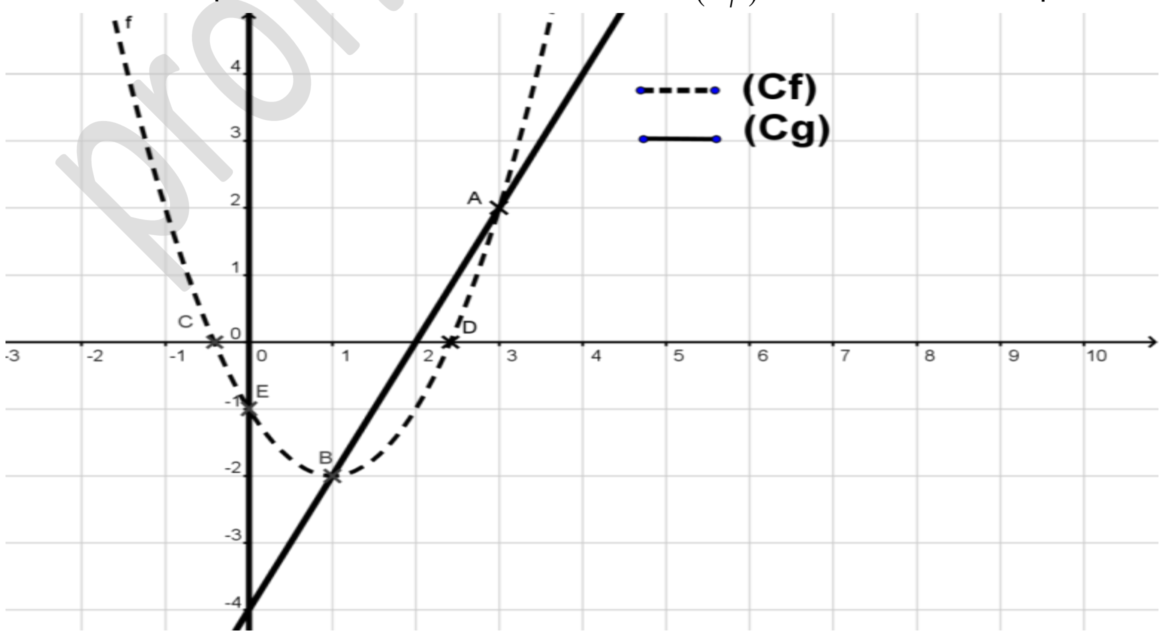
Soient f et g les deux fonctions définies sur R par :

$f(x) = x^2 - 2x - 1$ et $g(x) = 2x - 4$

Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) sont données dans le repère ci-dessous :

Voire figure)

1. Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$
2. Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x) \succ g(x)$
3. Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère



Solutions : 1) a) Résolution graphique de l'équation $f(x) = g(x)$

Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g)

On a donc $x = 1$ et $x = 3$ donc $S = \{1;3\}$

b) Résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ Signifie : $x^2 - 2x - 1 = 2x - 4$ c'est-à-dire : $x^2 - 4x + 3 = 0$

$a = 1$ et $b = -4$ et $c = +3$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times1\times3 = 16 - 12 = 4 > 0$

Donc : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

C'est-à-dire : $x_1 = \dfrac{-(-4)+\sqrt{4}}{2\times1} = \dfrac{4+2}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ Et $x_2 = \dfrac{-(-4)-\sqrt{4}}{2\times1} = \dfrac{4-2}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

Donc $S = \{1;3\}$

2) a) Résolution graphique de l'inéquation $f(x) \succ g(x)$:

La courbe (C_f) est au-dessus de (C_g)

si $x \in]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

Donc $S =]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

b) Résolution algébrique de l'inéquation $f(x) \succ g(x)$:

$f(x) \succ g(x)$ Signifie $x^2 - 2x - 1 \succ 2x - 4$

C'est-à-dire : $x^2 - 4x + 3 \succ 0$

Les racines sont : $x_1 = 3$ et $x_2 = 1$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
x^2-x-2		+	0	−	0	+	

Donc $S =]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

3)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

Les points d'intersection C et D de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et leurs abscisses sont les solutions de l'´équation $f(x) = 0$.

$f(x) = 0$ Signifie $x^2 - 2x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4\times1\times(-1) = 4 + 4 = 8 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 > 0$

$x_1 = \dfrac{-(-2)+2\sqrt{2}}{2\times1} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$ $x_2 = \dfrac{-(-2)-2\sqrt{2}}{2\times1} = \dfrac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$

Donc les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses sont :

$C\left(1-\sqrt{2};0\right)$ et $D\left(1+\sqrt{2};0\right)$

b) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées

Le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées a une abscisse nulle

Et on a $f(0) = 0^2 - 2\times0 - 1 = -1$

Donc le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées est : $E(0;-1)$

Exercice4 : 4points (2pt +2pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega = A_8^2 = 8\times 7 = 56$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

OU tirer 2 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$A_3^2 + A_4^2 + A_2^2 = 3\times 2 + 4\times 3 + 2\times 1 = 6 + 12 + 2 = 20$

امتحان تجريبي 2

Exercic1 : 3points (1pt +1pt+1pt)

A l'Hôtel de la Plage de saidia, les chambres sont affichées Hors Saison à 400 DH.
Pendant la période du 1 aout à 15 aout, elles subissent une première augmentation de 20 %.
1) Combien payerez-vous une chambre Pendant cette période ?
2) à partir de 15 juin, elles ont encore augmenté de 30 %.
Combien payerez-vous une chambre Pendant cette 2ieme période ?
3)Ahmed dit :'Les chambres ont augmenté de 50 % en tout en aout '. A-t-il raison ?

Solution :

1) le prix à payer de la chambre après la première augmentation est **:**

$$P_1 = 400 + 400 \times \frac{20}{100} = 400 + 400 \times 0.2 = 400 + 80 = 480\,dh$$

2) le prix à payer de la chambre après la 2ieme période est **:**

$$P_2 = 480 + 480 \times \frac{30}{100} = 480 + 480 \times 0.3 = 480 + 144 = 624\,dh$$

3) le prix à payer de la chambre si <u>l'augmentation était de</u> 50 % est **:**

$$P_2 = 400 + 400 \times \frac{50}{100} = 400 + 400 \times 0.5 = 400 + 200 = 600\,dh$$

Donc : Ahmed n'a pas raison : car $600\,dh \neq 624\,dh$

Exercice2 : 3 points (1.5pt +1.5 pt)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
1) $2x^2 + x - 1 = 0$
2) $2x^2 + x - 1 \geq 0$

Solution : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 + x - 1 = 0$: a = 2, b =1 et c = -1
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1+8 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{-1-\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

Par suite : $S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$

2) $2x^2 + x - 1 \geq 0$

Les racines sont : $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = -1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		$1/2$		$+\infty$
$2x^2+x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S =]-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

Exercice3 : 2 points

Ahmed à acheter 2 crayons du même type et 5 stylos du même type avec le montant total est 19 dirhams.
Si vous savez que le prix total d'un crayon et d'un stylo est de 5 dirhams. Déterminez le prix d'un stylo et d'un crayon.

Solution : soient : x le d'un crayon et y le d'un stylo
Puisque Ahmed à acheter 2 crayons du même type alors le prix est : $2x$
Puisque Ahmed à acheter 5 stylos du même type alors le prix est : $5y$

le montant total de 11 dirhams. Donc : $2x+5y=19$

On sait que le prix total d'un crayon et d'un stylo est de 3 dirhams donc : $x+y=5$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases}2x+5y=19\\x+y=5\end{cases}$

On calcule le déterminant du système :

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&5\\1&1\end{vmatrix}=2\times1-5\times1=2-5=-3\neq0$$

Alors le système admet un couple solution unique :

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}19&5\\5&1\end{vmatrix}}{-3}=\frac{19-25}{-3}=\frac{-6}{-3}=2 \quad \text{et } y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}2&19\\1&5\end{vmatrix}}{-3}=\frac{10-19}{-3}=\frac{-9}{-3}=3$$

Donc : $x=2\ dh$ et $y=3\ dh$

Exercice4 : 4points (1pt +1pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique de premier terme : $u_0=3$ et sa raison $q=2$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S=u_0+u_1+\cdots+u_9$ On donne : $2^{10}=59049$

Solution :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_1=u_0\times q=3\times2=6$

$u_2=u_1\times q=6\times2=12$

2) On a : $u_n=u_0\times q^n$

Donc : $u_n=3\times2^n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

3) Calcul de : $S_1=u_0+u_1+\cdots+u_9$

$$S=(le\ premier\ terme\ dans\ la\ somme)\frac{1-raison^{(le\ nombre\ de\ termes)}}{1-raison}$$

$le\ nombre\ de\ termes=9-0+1=10$

Donc : $S=u_0\dfrac{1-2^{10}}{1-2}=3\dfrac{1-59049}{-1}=3\times\dfrac{-59048}{-1}=3\times59048=295240$

Exercice5 : 6points (1pt +1pt+1pt+1pt+2pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x^2+4$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x\in D_f$; $f'(x)=3x(x-2)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x\in D_f$

c) En déduire le tableau de variations de f sur D_f

b) Calculer : $f(3)$ et $f(1)$ et $f(-1)$ et Tracer la courbe (C_f)

Solution : 1) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3-3x^2+4=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3-3x^2+4=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

2) a) $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=(x^3-3x^2+4)'=3x^2-3\times2x+0=3x^2-6x=3x(x-2)$

b) $\forall x \in \mathbb{R}\ f'(x) = 3x(x-2)$

$3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0\ ou\ \ x-2=0 \Leftrightarrow x = 0\, ou\ \ x = 2$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x) = 3x^2 - 6x \quad a = 3 \succ 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c) Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty;0]$ et sur $[2;+\infty[$

Et f est une fonction strictement décroissante dans $[0;2]$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

Donc : $f(0) = 0^3 - 3\times 0^2 + 4 = 0 - 0 + 4 = 4$

$f(2) = 2^3 - 3\times 2^2 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$

b) Calcul de : $f(3)\ \ et\ f(1)\, et\ f(-1)$

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

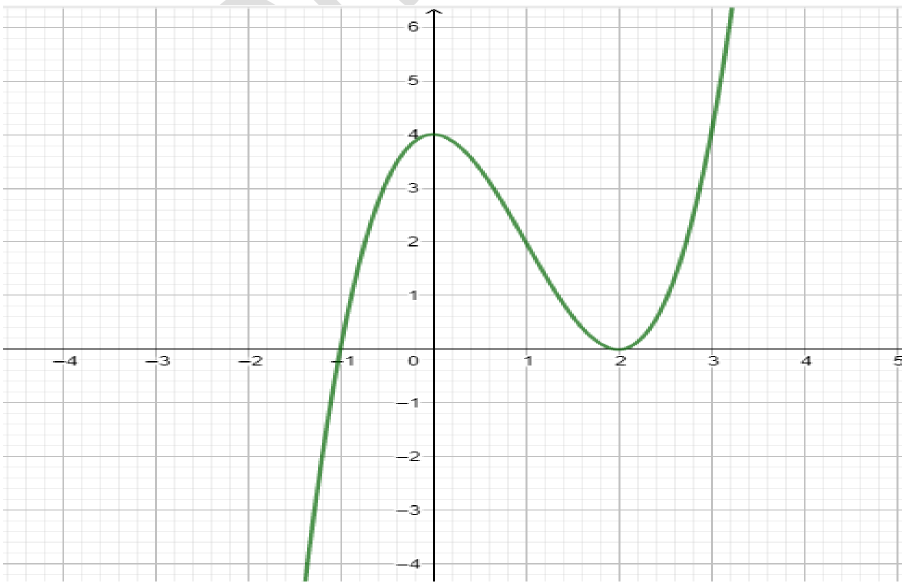
Donc : $f(1) = 1^3 - 3\times 1^2 + 4 = 1 - 3 + 4 = 2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3\times(-1)^2 + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$ et $f(3) = 3^3 - 3\times 3^2 + 4 = 27 - 27 + 4 = 4$

Traçage de la courbe (C_f) :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	0	4	2	0	4	



<u>Exercice6 :2points</u> (1pt +1pt)

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole et on tire simultanément 3 livres de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

Solution : 1) Lorsque l'on effectue des <u>tirages simultanés</u> de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

1) Dans l'urne il Ya :12 livres et on tire simultanément 3 livres de cette urne

Donc : $card(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13\times12\times11\times10!}{3!10!} = \frac{13\times2\times6\times11}{6} = 13\times2\times11 = 286$$

2) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie :

Un livre de la langue Français **et 2** livres **non** Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement : $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10\times9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est : $3\times45 = 135$