

Région de Marrakech Safi

2015(Session Normale)

Exercice 1 : 1point

Une classe contient 35 étudiants. 28 d'entre eux ont obtenu la moyenne dans la première trimestre.

Donner le pourcentage des étudiants qui ont obtenu la moyenne dans le premier trimestre

Exercice 2 : 6points (2pt +1pt+2pt +1pt)

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $2x^2 - 11x + 9 = 0$

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $2x^2 - 11x + 9 \geq 0$

3) a) Résoudre le système suivant dans \mathbb{R}^2 :
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

b) Un étudiant a acheté 8 livres de deux types différents pour un prix total de 105 dirhams Déterminez le nombre de livres de chaque type si vous savez que le prix d'un livre du premier type est de 10 dirhams et que le prix d'un livre du deuxième type est de 15 dirhams

Exercice 3 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 2 boules blanches et 2 boules rouges et 3 boules vertes

On tire au hasard 2 boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card \Omega = ?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

Exercice 4 : 8points (2pt +1pt +0.75pt+1pt +0.75pt +2.5pt)

A) Soit f la fonction définie sur $] -\infty; 1[\cup] 1; -\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{x-1}$

1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$

2) Calculer : $f'(x)$; $\forall x \in] -\infty; 1[\cup] 1; -\infty[$

B) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x^2 - 4x$

1) Calculer : $g(0)$ et $g(1)$ et $g(2)$

2) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $g'(x) = 4(x-1)$

4) En déduire le tableau de variations de f sur \mathbb{R}

5) représenter les points d'abscisse 0 ; 1 ; 2 et Tracer la courbe (C_g)

Exercice 5 : 3points (1.5pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

1) Montrer que $u_n = 7n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et vérifier que : $u_{10} = 73$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

Solution :

Exercice 1: le pourcentage des étudiants qui ont obtenu la moyenne dans le premier trimestre est : $P\% = 100 \times \frac{28}{35} = 80\%$

Exercice 2 : 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - 11x + 9 = 0$:
 $a = 2, b = -11$ et $c = 9$

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 2 \times 9 = 49$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{11 + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{11+7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ et $x_2 = \frac{11 - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{11-7}{4} = \frac{4}{4} = 1$

2) $2x^2 - 11x + 9 \geq 0$

Les racines sont : $x_1 = \frac{9}{2}$ et $x_2 = 1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	1	$9/2$	$+\infty$	
$2x^2 - 11x + 9$	+	0	-	0	+

D'où : $S =]-\infty; 1] \cup \left[\frac{9}{2}; +\infty\right[$

3) a) Résolution dans \mathbb{R}^2 du système : $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases} \text{ Équivaut à : } \begin{cases} -2x - 2y = -16 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

Donc : $(2) + (1) \quad -2x - 2y + 2x + 3y = -16 + 21$

Équivaut à : $y = 5$ et on remplace dans : $x + y = 8$

Équivaut à : $x + 5 = 8$ C'est à dire : $x = 8 - 5 = 3$

Donc : $S = \{(3, 5)\}$

b) Soient : x le nombre de livres du 1type et y le nombre de livres du 2type

Puisqu'il étudiant a acheté 8 livres des deux types alors : $x + y = 8$ (1)

Puisque le prix total de 105 dirhams Alors : $10x + 15y = 105$ (2)

Alors : $2x + 3y = 21$ (2)

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$

On a trouvé que : $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

Donc : le nombre de livres du 1type est : 3

Le nombre de livres du 2type est : 5

Exercice 3 : 1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $\text{card } \Omega = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules vertes

OU c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$$A_2^2 + A_2^2 + A_3^2 = 2 + 2 + 3 \times 2 = 10$$

Exercice 4 : A) 1) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} x - 1 = 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

Donc : $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

2) Calculer : $\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[; f'(x) = \left(\frac{x}{x-1} \right)'$

On utilise la formule : $\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x-1} \right)' = \frac{(x)'(x-1) - x(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1(x-1) - x \times 1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

B) 1) $g(x) = 2x^2 - 4x$

$$g(0) = 2 \times 0^2 - 4 \times 0$$

$$g(1) = 2 \times 1^2 - 4 \times 1 = 2 - 4 = -2$$

$$g(2) = 2 \times 2^2 - 4 \times 2 = 8 - 8 = 0$$

2) Calcul de : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - 4x = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 - 4x = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 = +\infty$$

3) $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) = 2x^2 - 4x$

Donc : $g'(x) = (2x^2 - 4x)' = 2 \times 2x - 4 = 4x - 4$

Donc : $g'(x) = 4(x - 1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

4) Le tableau de variation de g :

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4(x - 1) = 0$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Le tableau de signe est le suivant : $g'(x) = 4x - 4 \quad a = 4 > 0$

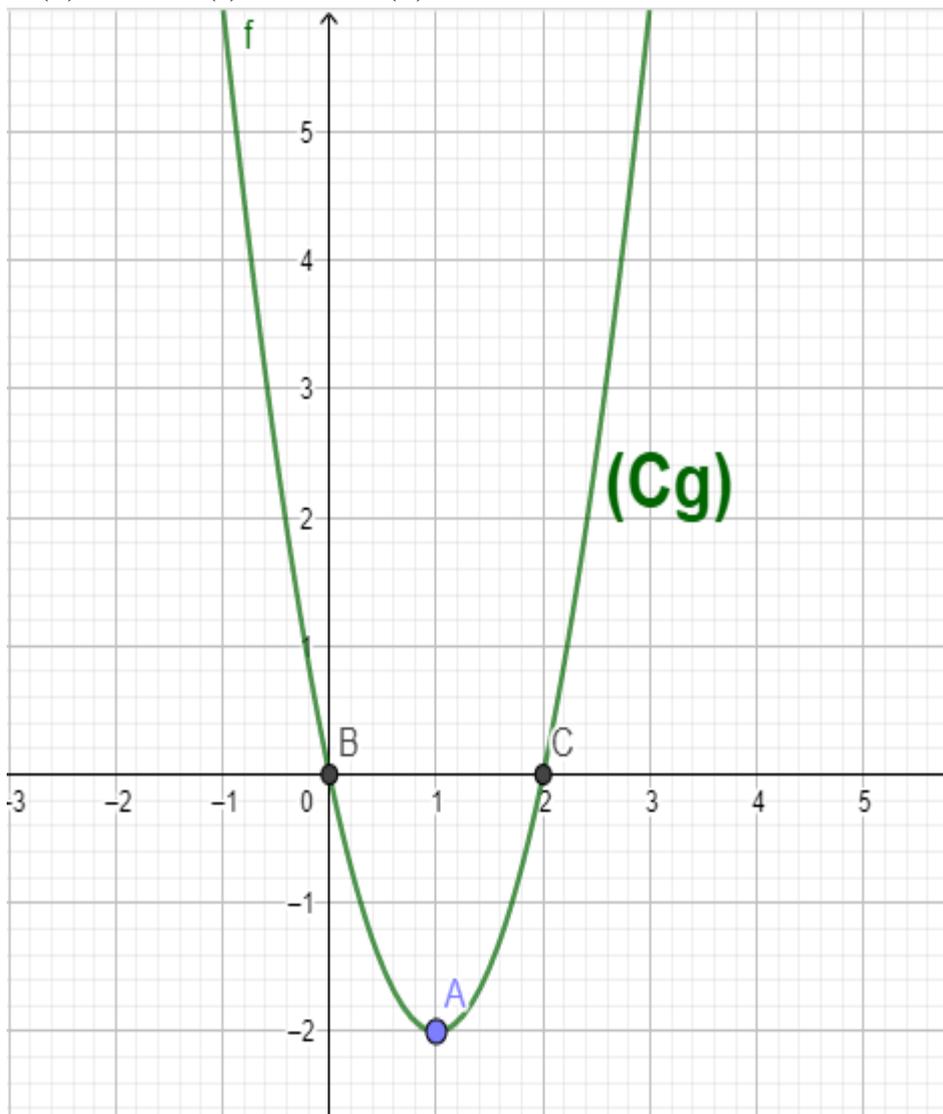
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$4x-4$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de g est :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	0	-2	$+\infty$

5) 5) représentation des points d'abscisse 0 ; 1 ; 2 et Traçage de la courbe (C_g)

$g(0)=0$ et $g(1)=-2$ et $g(2)=0$



Exercice 5 : 1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 7$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 7n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$u_n = 7n + 3$ Donc : $u_{10} = 7 \times 10 + 3 = 70 + 3 = 73$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2}$$

$$S = 11 \frac{3 + 73}{2} = 11 \frac{76}{2} = 11 \times 38 = 418$$