Région de Marrakech Safi
2017(Session Normale)

Exercice 1 : 1points

Une entreprise emploie 200 hommes et 600 femmes

Donner le pourcentage des femmes dans cette entreprise

Exercice 2 : 3points (1pt +1pt+1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2+5x-6=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2+5x\geq 6$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 4x-y=2 \end{cases}$

Exercice 3 : 2points (1pt+1pt)

1) Calculer A_5^3 et C_5^3

2) On veut écrire un nombre de trois chiffres en utilisant seulement les Chiffres Suivants : 4 ;5 ;6 ;7.

Combien de nombres on peut former ?

Exercice 4 : 8points (1.5pt +1.5pt+1pt+1pt 1.5pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3+x-2$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

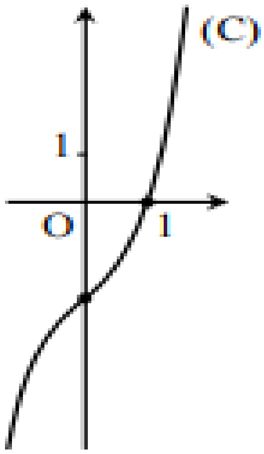
3) a) Calculer : $f'(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

b) Montrer que f est strictement croissante dans $\mathbb{R}$

c) Donner le tableau de variations de f sur D_f

4)La courbe représentatives (C_f) de f est donnée dans le repère ci-dessous :

(Voire figure)



Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\geq 0$

Exercice 5 : 6points (1.5pt +1pt+1pt+1pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0=2$ et $u_{n+1}+3u_n=3+4u_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r=3$

2) Calculer : u_1

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) a) Vérifier que : $u_{100} = 302$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{100}$

Solution :

Exercice 1 : le pourcentage des femmes dans cette entreprise est :

$P = \frac{600}{800} \times 100 = 75\%$

Exercice 2 : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 5x - 6 = 0$: a = 1, b =5 et c = -6

Donc : Δ = b^2 – 4ac =5 ^{2} – 4 x 1x (-6) = 25+24=49

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{-5+\sqrt{49}}{2\times 1} = \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1$ et $x_2 = \frac{-5-\sqrt{49}}{2\times 1} = \frac{-5-7}{2} = -\frac{12}{2} = -6$

Donc : $S = \{-6;1\}$

2) $x^2 + 5x \geq 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 \geq 0$ Les racines sont : $x_1 = 1$ et $x_2 = -6$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-6		1		$+\infty$
$x^2 - 5x + 4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S =]-\infty;-6] \cup [1;+\infty[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 4x - y = 2 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $5 - 3x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 4x - (5 - 3x) = 2 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 4x + 3x - 5 = 2 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 7x = 7 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y = 5 - 3x \\ x = \frac{7}{7} = 1 \end{cases}$

Équivaut à $\begin{cases} y = 5 - 3\times 1 \\ x = 1 \end{cases}$ Équivaut à $\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ Donc : $S = \{(1,2)\}$

Exercice 3 : 1) $A_5^3 = 5\times 4\times 3 = 60$ et $C_5^3 = \frac{A_5^3}{3!} = \frac{60}{3\times 2\times 1} = \frac{60}{6} = 10$

2) On peut former Par exemple former : 456 ; 455 ;674 ; ………..
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des centaines

D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est :

$n = 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

Donc : On peut former 64 nombres

Exercice 4 : 1) $f(x) = x^3 + x - 2$

$f(0) = 0^3 + 0 - 2 = 0 + 0 - 2 = -2$

$f(1) = 1^3 + 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 + x - 2 = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 + x - 2 = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

3) a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = (x^3 + x - 2)' = 3x^2 + 1 - 0 = 3x^2 + 1$

b) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 3x^2 + 1 \succ 0$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $\mathbb{R}$

c) le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

4) $f(x) \geq 0$ signifie Graphiquement que La courbe (C_f) est au-dessus de l'axe des abscisses

$f(x) \geq 0$ si $x \in [1; +\infty[$

Donc $S = [1; +\infty[$

Exercice 5 : 1) : $u_{n+1} + 3u_n = 3 + 4u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $u_{n+1} + 3u_n - 4u_n = 3$

Donc : $u_{n+1} - u_n = 3$

Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison : $r = 3$

2) $u_1 = u_0 + r = 2 + 3 = 5$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $u_n = u_0 + nr = 2 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) a) On a : $u_n = 2 + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ donc : $u_{100} = 2 + 3 \times 100 = 2 + 300 = 302$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{100} = (100 - 0 + 1)\dfrac{u_0 + u_{100}}{2}$

$S = 101\dfrac{2 + 302}{2} = 101\dfrac{304}{2} = 101 \times 152 = 15352$