Région de l'oriental (Oujda Nador Jerada Laâyoune)2017(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt+2pt+1pt)

1)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 13x + 40 = 0$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 + 40 \leq 13x$

2) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$

3)Déterminer combien Samia a payé pour une machine à laver sachant que 30% de son prix est égale à 1350 DH

Exercice2 : 4points (2pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 9$ et sa raison $r = 6$

1) Ecrire u_n en fonction de n et vérifier que : $u_{22} = 141$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{22}$

Exercice3 : 8points (2.5pt +1.5pt+1pt+1pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(-2)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 8(x+1)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ et donner le tableau de variations de f

3) Montrer que L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(D): y = 8x + 3$

4) Montrer que la courbe de f coupe l'axe des abscisses en deux points à déterminer

5) Tracer la courbe (C_f).

Exercice4 : 2points (1pt+1pt)

Une urne contient 5boules rouges et 3 boules bleus

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules bleus ?

Solution :

Exercice1 : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-13x+40=0$:
a = 1, b =-13 et c = 40
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 40 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1=\frac{13+\sqrt{9}}{2\times 1}=\frac{13+3}{2}=\frac{16}{2}=8$ et $x_2=\frac{13-\sqrt{9}}{2\times 1}=\frac{13-3}{2}=\frac{10}{2}=5$
Donc : $S=\{5;8\}$

b) $x^2+40\le 13x \Leftrightarrow x^2-13x+40\le 0$
Les racines sont : $x_1=8$ et $x_2=5$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		5		8		$+\infty$
$x^2-13x+40$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[5;8]$

2) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=12 & (1) \\ 3x-y=8 & (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :
$(2)+(1)\quad x+y+3x-y=12+8$
Équivaut à : $4x=20$
Équivaut à : $x=\frac{20}{4}=5$ et on remplace dans : $x+y=12\ (1)$
Équivaut à : $5+y=12$
Équivaut à : $y=12-5=7$
Donc : $S=\{(5,7)\}$

3) Soit x le prix de la machine à laver
On a : 30% de son prix est égale a 1350 DH
Donc : $x\times\frac{30}{100}=1350$
Donc : $30x=1350\times 100$
Donc : $x=\frac{1350\times 100}{30}=\frac{1350\times 10}{3}=\frac{13500}{3}=4500DH$

Exercice2 : 1) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=9$ et sa raison $r=6$
Donc : $u_n=u_0+nr=9+6n$
$u_n=9+6n$ Donc : $u_{22}=9+6\times 22=9+132=141$
3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{22}=(22-0+1)\frac{u_0+u_{22}}{2}$$

$$S=23\frac{9+141}{2}=23\frac{150}{2}=23\times 75=1725$$

Exercice3 : 1) $f\left(x\right)=4x^{2}+8x+3$

$f\left(0\right)=4\times 0^{2}+8\times 0+3=3$

$f\left(-2\right)=4\times\left(-2\right)^{2}+8\times\left(-2\right)+3=16-16+3=3$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^{2}+8x+3=\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^{2}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty} 4x^{2}+8x+3=\lim\limits_{x\to-\infty} 4x^{2}=+\infty$

2)a) $\forall x\in\mathbb{R}\ f'\left(x\right)=\left(4x^{2}+8x+3\right)'=4\times 2x+8+0=8x+8=8\left(x+1\right)$

b) $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 8\left(x+1\right)=0$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\ x+1=0$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=-1$

Le tableau de signe est le suivant : $f'\left(x\right)=8x+8 \qquad a=8\succ 0$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$8x+8$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$f\left(-1\right)=4\times\left(-1\right)^{2}+8\times\left(-1\right)+3=4-8+3=-1$

3)L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a

Est : $\left(D\right):y=f\left(a\right)+f'\left(a\right)\left(x-a\right)$

On a : $a=0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $\left(D\right):y=f\left(0\right)+f'\left(0\right)\left(x-0\right)$

On a : $f\left(0\right)=3$ et $f'\left(x\right)=8\left(x+1\right)$ donc : $f'\left(0\right)=8\left(0+1\right)=8$

Donc : $\left(D\right):y=3+8\left(x-0\right)$

Donc : $\left(D\right):y=8x+3$

4) les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

Sont les solutions de l'équation : $f\left(x\right)=0$

$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow 4x^{2}+8x+3=0$

Calculons le discriminant de l'équation $4x^{2}+8x+3=0$: a = 4, b= 8 et c = 3

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 4 \times 3 = 64-48.=16$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-8+\sqrt{16}}{2\times 4}=\frac{-8+4}{8}=\frac{-4}{8}=\frac{-1}{2}$ et $x_1=\frac{-8-\sqrt{16}}{2\times 4}=\frac{-8-4}{8}=\frac{-12}{8}=\frac{-3}{2}$

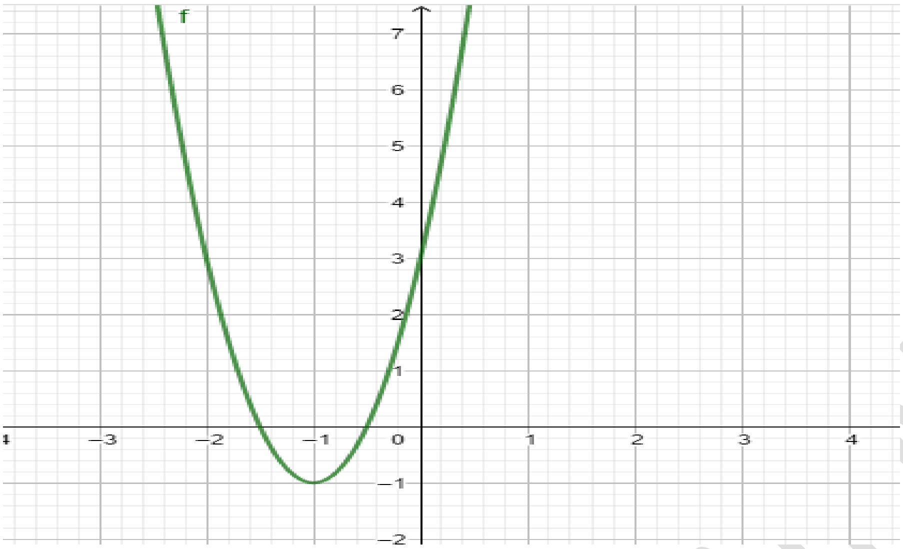
Donc : les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(\frac{-1}{2};0\right)$ et $B\left(\frac{-3}{2};0\right)$

7) La courbe (C_f). :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	
f(x)	15	3	-1	3	15	



Exercice4

: 1) Dans l'urne il Ya :8 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : $C_8^{\,2}$

$$C_8^{\,2}=\frac{8!}{2!(8-2)!}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8\times7\times6!}{2\times1\times6!}=\frac{8\times7}{2}=28$$

2) Le nombre de possibilités de tirer 2 boules bleus est : C_3^2

$$C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times2}{2\times1}=3$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : 3