Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
2018(Session Normale)

Exercice1 : 6points (1.5pt +1.5pt +2pt +1pt)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - 12x + 35 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - 4 \leq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + 6y = 9 \\ x - y = 2 \end{cases}$

4) Le prix d'un sac a diminué de 15 %, le nouveau prix est 153 dh
Quelle était Le prix de ce sac avant la diminution ?

Exercice2 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 6 boules blanches ; 4boules noires indiscernables au toucher
On tire simultanément et au Hazard 3 boules de cette urne.
1) Déterminer le nombre de tirages possibles
2) Montrer que le nombre de possibilités contenant une boule blanche et deux boules Noires est : 36

Exercice3 : 4points (1pt +0.5pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = 8$ et $u_0 = 10$

1) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Vérifier que : $u_{40} = 330$

b) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{40}$

3) Trouver le nombre entier naturel n tel que : $u_n = 2018$

Exercice4 : 8points (1.5pt +1.5pt +1.5pt+0.75pt+1pt +0.5pt+1pt+1pt)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - 3x + 1$

1) a) Calculer : $f(0)$ et $f(1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 3(2x - 1)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

c) Donner le tableau de variations de f

3) Montrer que L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$
Est : $(D): y = 3x - 2$

4) Tracer la courbe (C_f).

Solution :

Exercice1 : 1) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - 12x + 35 = 0$:
a = 1, b =-12et c = 35
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1 = \frac{12+\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{12+2}{2} = \frac{14}{2} = 7$ et $x_2 = \frac{12-\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{12-2}{2} = \frac{10}{2} = 5$

2) $x^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow x^2 - 2^2 \le 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) \le 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \; ou \; x - 2 = 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \; ou \; x = 2$

Les racines sont : $x_1 = -2$ et $x_2 = 2$

On a donc le tableau de signe suivant : $x^2 - 4 \le 0 \;\; ; a = 1 \succ 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = [-2;2]$

3)Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x + 6y = 9 \\ x - y = 2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x + 6y = 9 & (1) \\ 6x - 6y = 12 \;\; \times 6 & (2) \end{cases}$

Donc : $(2)+(1) \quad x + 6y + 6x - 6y = 9 + 12$

Équivaut à : $7x = 21$ Équivaut à : $x = \frac{21}{7} = 3$ et on remplace dans : $x - y = 2$

Équivaut à : $3 - y = 2$ C'est à dire : $y = 3 - 2 = 1$ Donc : $S = \{(3,1)\}$

4) Soit M l'ancienne prix

Donc : $M - M \times \frac{15}{100} = 153$

Il reste à résoudre l'équation : $M - 0.15M = 153$

D'où : $0.85M = 153$ Ainsi $M = \frac{153}{0,85} = 180dh$ **Régle** : $A\left(1 - \frac{t}{100}\right) = N$

Exercice2 : 1) Lorsque l'on effectue des <u>tirages simultanés</u> de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$

Dans l'urne il Ya :10 boules et on tire <u>simultanément</u> 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = \frac{10\times3\times3\times4\times2}{3\times2} = 3\times4\times10 = 120$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 120.
2) Tirer une boule blanche et deux boules noires signifie : tirer 1 boule blanche parmi 6 **et** tirer 2 boules noires parmi 4

Le nombre de possibilités est : $C_6^1 \times C_4^2$

Et on a : : $C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$ et $C_6^1 = 6$ car : $C_n^1 = n$

Le nombre de possibilités est : $6\times6 = 36$

Exercice3 : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 10$ et sa raison $r = 8$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 10 + 8n$

2)a)$u_n = 10 + 8n$ Donc : $u_{40} = 10 + 8\times 40 = 10 + 320 = 330$

2) b)$(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{40} = (40 - 0 + 1)\frac{u_0 + u_{40}}{2}$$

$$S = 41\frac{10+330}{2} = 41\frac{340}{2} = 41\times 170 = 6970$$

3) On a : $u_n = 2018$ donc : $10 + 8n = 2018$

Donc : $8n = 2008$

Donc : $n = \frac{2008}{8} = 251$

Exercice4 : 1) a)$f(x) = 3x^2 - 3x + 1$

$f(0) = 3\times 0^2 - 3\times 0 + 1 = 1$

$f(1) = 3\times 1^2 - 3\times 1 + 1 = 3 - 3 + 1 = 1$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\times\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{4}{4} = \frac{3}{4} - \frac{6}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2 - 3x + 1 = \lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2 - 3x + 1 = \lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2 = +\infty$

2)a) $\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (3x^2 - 3x + 1)' = 3\times 2x - 3 + 0 = 6x - 3 = 3(2x - 1)$

b)$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(2x - 1) = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Le tableau de signe est le suivant : $f'(x) = 6x - 3$ $a = 6 \succ 0$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$6x-3$	$-$	0	$+$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$1/4$	$\nearrow$ $+\infty$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

3)L’équation de la tangente à la courbe de f au point d’abscisse x_0

Est : $(D): y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

On a : $x_0 = 1$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$

Est : $(D): y = f(1) + f'(1)(x - 1)$

On a : $f(1) = 1$ et $f'(x) = 3(2x - 1)$ donc : $f'(1) = 3(2\times1 - 1) = 3$

Donc : $(D): y = 1 + 3(x - 1)$

Donc : $(D): y = 1 + 3x - 3$

Donc : $(D): y = 3x - 2$

4) La courbe (C_f). : Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1/2	1	2	
f(x)	7	1	1/4	1	7	

$f(2) = 3\times2^2 - 3\times2 + 1 = 12 - 6 + 1 = 7$

$f(-1) = 3\times(-1)^2 - 3\times(-1) + 1 = 3 + 3 + 1 = 7$