Région de l'oriental
(Oujda Nador Jerada Laâyoune)
2020(Session Normale)

Exercice1 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt)

1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$x^2 - 12x - 13 = 0$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} x + y = -5 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$

3) Résoudre l'inéquation suivante : $(x+1)(x-13) \le 0$

Exercice2 : 4points (1pt +1.5pt +1.5pt)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $5500 + \frac{45}{100}x \le 10000$

b) les Frais de transports de Rachid avec sa voiture sont les suivants

- 45 dh les Frais de carburant par100 kilomètre
- 5500 dh les Frais d'entretiens et d'assurance et Taxe

Déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

2)Le prix d'un four électrique après la diminution est 2800 dh et son prix initial est 3500 dh. Déterminer le pourcentage de diminution de son prix initial

Exercice3 : 6points (1.5pt +1pt +1pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2 et u_4

2) Ecrire u_n en fonction de n et calculer u_7

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 3u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer v_1 et v_2 et v_4

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

Exercice4 : 6points (1pt +1pt +1pt +1pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 5u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Déterminer la nature de la suite $(u_n)_n$ et vérifier que sa raison est : 5

2) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :$v_n = \frac{1}{5}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer v_0 et v_1

b) Calculer en fonction de n la somme suivante : $T = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

Solution :

Exercice1 : 1) Le discriminant de $x^2-12x-13=0$ est

Δ = (-12)² – 4 x 1 x (-13) = 196 et ses racines sont :

$x_1=\frac{-(-12)+\sqrt{196}}{2\times1}=\frac{12+14}{2}=\frac{26}{2}=13$ et $x_2=\frac{-(-12)-\sqrt{196}}{2\times1}=\frac{12-14}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

L'ensemble des solutions de l'équation est donc : $S=\{-1;13\}$

2) Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x+y=-5 \\ 5x+2y=-4 \end{cases}$ On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y=-5-x \\ 5x+2y=-4 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $-5-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y=-5-x \\ 5x+2(-5-x)=-4 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y=-5-x \\ 5x-10-2x=-4 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y=-5-x \\ 3x=-4+10 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y=-5-x \\ 3x=6 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y=-5-x \\ x=2 \end{cases}$

Qui équivaut à $\begin{cases} y=-5-2=-7 \\ x=2 \end{cases}$

Donc : $S=\{(2,-7)\}$

2) a) $(x+1)(x-13)\le 0 \Leftrightarrow x^2-13x+x-13\le 0 \Leftrightarrow x^2-12x-13\le 0$

On commence étudier le signe du trinôme : $x^2-12x-13$

$x_1=13$ et $x_2=-1$ sont les racines

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
$x^2-12x-13$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(x+1)(x-13)\le 0$

Est donc : $S=[-1;13]$.

Exercice2 : 1) $5500+\frac{45}{100}x\le 10000$ signifie que : $\frac{45}{100}x\le 10000-5500$

Signifie que : $\frac{45}{100}x\le 4500$ Signifie que : $45x\le 4500\times100$

Signifie que : $45x\le 450000$ Signifie que : $x\le\frac{450000}{45}$ Signifie que : $x\le 10000$

Donc : $S=]-\infty;10000]$

2)soit x en kilomètre la distance parcourue par Rachid avec sa voiture par année

On a : 45 dh les Frais de carburant par100 kilomètre

Pour 1 kilomètre les frais du carburant sont : $\frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais du carburant sont : $x\times\frac{45}{100}$ dh

Pour x kilometre les frais sont donc : $5500+\frac{45}{100}x$

Pour déterminer la plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh

On doit résoudre l'inéquation suivante : $5500+\frac{45}{100}x \le 10000$

$5500+\frac{45}{100}x \le 10000$ Signifie que : $x \le 10000$

La plus grande distance que doit parcourir Rachid avec sa voiture par année pour que la somme de ses dépenses annuelles ne dépasse pas 10000 dh est $10000km$

2)Le prix du four électrique à diminuer de (en %) : $\frac{3500-2800}{2800}\times 100 = 25\%$

Le pourcentage de diminution de son prix initial : 25%

Exercice3 : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=6$ et sa raison $r=3$

$u_1=u_0+r=6+3=9$

$u_2=u_1+r=9+3=12$

$u_3=u_2+r=12+3=15$

$u_4=u_3+r=15+3=18$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=6$ et sa raison $r=3$

Donc : $u_n=u_0+nr=6+3n$

$u_n=6+3n$ Donc : $u_7=6+3\times 7=6+21=27$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=(n-0+1)\frac{u_0+u_n}{2}$$

$$S=(n+1)\frac{6+6+3n}{2}=(n+1)\frac{12+3n}{2}$$

4) a) On a : $v_n=3u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $v_1=3u_1-1=3\times 9-1=27-1=26$

Et : $v_2=3u_2-1=3\times 12-1=36-1=35$

Et : $v_4=3u_4-1=3\times 18-1=54-1=53$

4) b) $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$ On ne connait rien sur la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On a : $v_n=3u_n-1 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n=(3u_0-1)+(3u_1-1)+(3u_2-1)+\cdots+(3u_n-1)$

Donc : $T=(3u_0+3u_1+3u_2\cdots+3u_n)+\underbrace{(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{n+1 fois\,(-1)}$

Donc : $T=3(u_0+u_1+u_2\cdots+u_n)+(n+1)\times(-1)$

Donc :

$$T=3(n+1)\frac{12+3n}{2}-(n+1)=(n+1)\left(\frac{36+9n}{2}-1\right)=(n+1)\left(\frac{36+9n-2}{2}\right)=(n+1)\left(\frac{34+9n}{2}\right)$$

Exercice4 : 1) On a : $u_{n+1}=5u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n}=5=q \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

2) a) On a : $u_1=q\times u_0$ donc $u_1=5\times 4=20$

b) On a : $u_2=q\times u_1$ donc $u_2=5\times 20=100$

2) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

On a donc : $u_n=u_0\times q^n$ donc : $u_n=4\times 5^n$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$ **:**

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=4$ et sa raison $q=5$

Alors : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=u_0\frac{1-q^{n-0+1}}{1-q}$

On a donc : $S=4\frac{1-5^{n+1}}{1-5}=4\frac{1-5^{n+1}}{-4}=-1\left(1-5^{n+1}\right)=-1+5^{n+1}$

4)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n=\frac{1}{5}u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$

a) Calcul de v_0 et v_1 :

$v_0=\frac{1}{5}u_0=\frac{1}{5}\times 4=\frac{4}{5}$ et $v_1=\frac{1}{5}u_1=\frac{1}{5}\times 20=\frac{20}{5}=4$

c) Calcul en fonction de n la somme suivante : $T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

$T=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n=\frac{1}{5}u_0+\frac{1}{5}u_1+\frac{1}{5}u_2+\cdots+\frac{1}{5}u_n=\frac{1}{5}\left(u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n\right)$

$T=\frac{1}{5}\times S=\frac{1}{5}\times\left(-1+5^{n+1}\right)=-\frac{1}{5}+5^{n+1}\times\frac{1}{5}=-\frac{1}{5}+5^n$