

Région de Rabat Salé Kénitra

2018(Session Normale)

Exercice1 : 5points (2pt +1pt +2pt)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 - x - 1 = 0$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2 - x - 1 < 0$
- 3) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$:
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Exercice2 : 1point

Dans une classe de 40 élèves il Ya 16 filles.

Donner le pourcentage des garçons dans cette classe

Exercice3 : 4points (1pt +1pt +1pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 6$ et $u_{20} = 46$

- 1) Vérifier que la raison r de cette suite est : $r = 2$
- 2) Ecrire u_n en fonction de n
- 3) Montrer que 2018 est un terme de cette suite
- 4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006}$

Exercice4 : 8points (0.5pt +1.5pt +1.5pt+1pt +1pt+1pt +1.5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) a) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
- b) Donner une interprétation géométrique de ces limites
- 4) a) Montrer que : $\forall x \in D_f ; f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$ et Etudier le signe de $f'(x) \forall x \in D_f$
- b) En déduire le tableau de variations de f
- 5) a) Calculer : $f(1)$ et $f(3)$ et $f(-2)$ et $f(-5)$
- b) Tracer la courbe (C_f) .

Exercice5 : 5points (1pt +0.5pt +0.5pt)

- 1) Calculer : C_9^2 et C_4^2
- 2) Un bouquet de fleurs se compose de 2 roses blanches, 4 roses rouges et 3 roses jaunes
Nous choisissons au hasard 2 roses simultanément du bouquet de fleurs
- a) Montrer que le nombre de choix possibles est 36
- b) Combien y a-t-il de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs

Solution :

Exercice1: 1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 1 = 0$: $a = 2$, $b = -1$ et $c = -1$

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1 + 8 = 9$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{1+\sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ et $x_2 = \frac{1-\sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

Donc : $S = \left\{ -\frac{1}{2}; 1 \right\}$

2) $2x^2 - x - 1 < 0$

Les racines sont : $x_1 = 1$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-1/2$	1	$+\infty$	
$2x^2-x-1$	+	0	-	0	+

D'où : $S = \left] -\frac{1}{2}; 1 \right[$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ x + 2y = 7 & (2) \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ -x - 2y = -7 & (2) \times -1 \end{cases}$$

$$(2) + (1) \quad x - y - x - 2y = -7 + 1$$

$$\text{Équivaut à : } -3y = -6$$

$$\text{Équivaut à : } y = \frac{6}{3} = 2 \text{ et on remplace dans : } x - y = 1 \quad (1)$$

$$\text{Équivaut à : } x - 2 = 1 \quad \text{C'est-à-dire : } x = 1 + 2 = 3$$

$$\text{Donc : } S = \{(3, 2)\}$$

Exercice2 : Le pourcentage des garçons dans cette classe est :

$$P = \frac{n_G}{n_T} \times 100\%$$

Le nombre de garçons dans cette classe est : $n_G = 40 - 16 = 24$

$$P_G = \frac{24}{40} \times 100 = 60\%$$

Exercice3 : 1) la raison r ??

$$\text{On a : } \forall (n; p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n - p)r$$

$$\text{Pour } n = 20 \text{ et } p = 0 \text{ on a : } u_{20} = u_0 + (20 - 0)r$$

$$\text{Donc : } u_{20} = u_0 + 20r$$

$$\text{Donc : } 46 = 6 + 20r \Leftrightarrow 20r = 46 - 6 \Leftrightarrow 20r = 40 \Leftrightarrow r = \frac{40}{20} = 2$$

2) u_n en fonction de n ?

$$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 6 + 2n$$

Donc : $u_n = 6 + 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = 2018$ signifie $6 + 2n = 2018$

Signifie $2n = 2018 - 6$

Signifie $2n = 2012$

Signifie $n = \frac{2012}{2} = 1006$

Donc : $u_{1006} = 2018$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006}$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 6$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1006} = (1006 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{1006}}{2}$$

$$S = 1007 \frac{6 + 2018}{2} = 1007 \frac{2024}{2} = 1007 \times 1012 = 1019084$$

Exercice4 : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x + 1 \neq 0\}$

$$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = 1$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-3}{x+1}$$

$$\text{On a: } \lim_{x \rightarrow -1^+} x - 3 = -1 - 3 = -4 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} x + 1 = 0$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} x + 1 = 0^+ \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} x - 3 = -4$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-3}{x+1} \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} x + 1 = 0^- \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} x - 3 = -4$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$$

3) *Interprétation géométrique des résultats :*

$$a) \text{ On a: } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$$

La droite (Δ_1) : $x = -1$ est une asymptote vertical a la courbe C_f

$$b) \text{ On a: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

La droite (Δ_2) : $y = 1$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f

$$4) \text{ Calculer : } \forall x \in \mathbb{R} - \{-1\} ; f'(x) = \left(\frac{x-3}{x+1} \right)'$$

$$\text{On utilise la formule : } \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \left(\frac{x-3}{x+1} \right)' = \frac{(x-3)'(x+1) - (x-3)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{1(x+1) - 1(x-3)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x+1-x+3}{(x+1)^2} = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$$

$$b) f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$$

Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty; -1[$ et sur $]-1; +\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty \nearrow$ 1

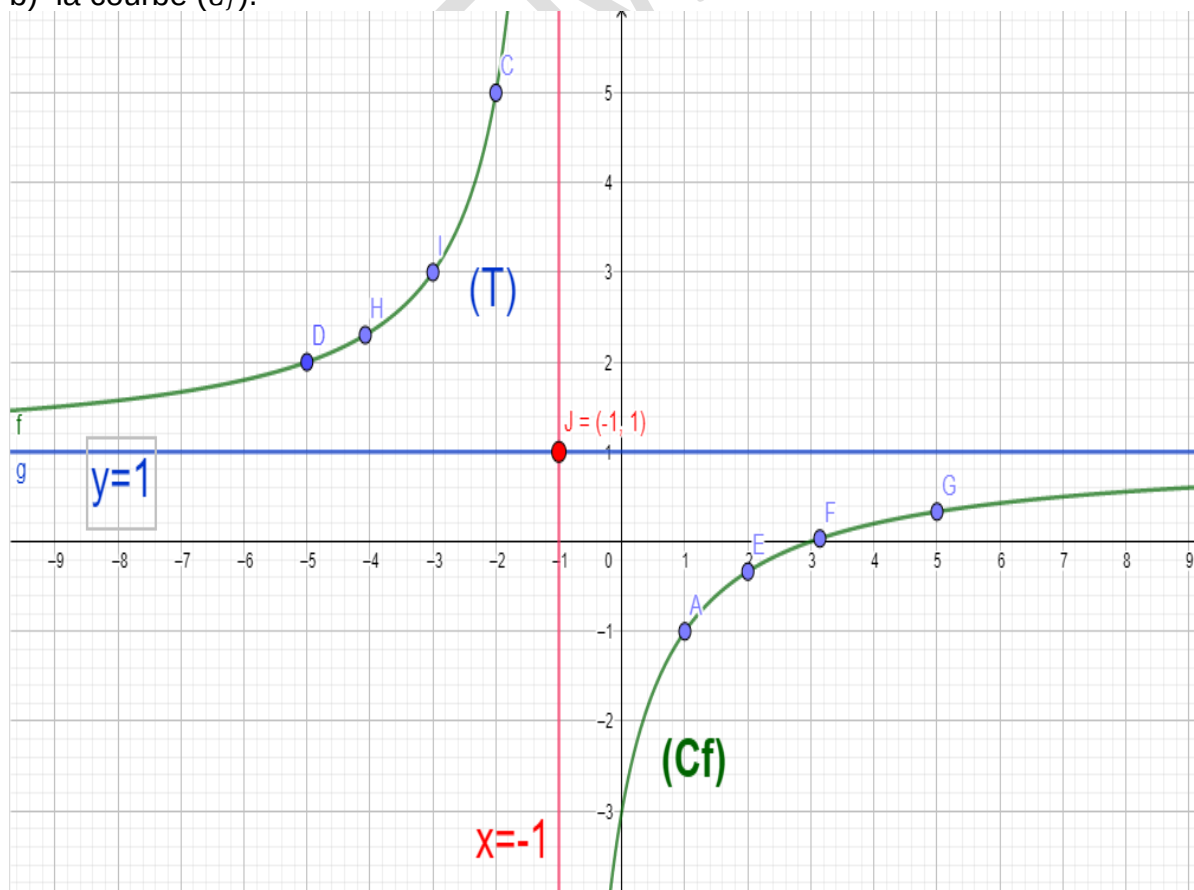
5a) Calcul de : f (1) et f (3) et f (-2) et f (-5)

$$f(1) = \frac{1-3}{1+1} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ et } f(3) = \frac{3-3}{3+1} = \frac{0}{4} = 0 \text{ et } f(-2) = \frac{-2-3}{-2+1} = \frac{-5}{-1} = 5 \text{ et}$$

$$f(-5) = \frac{-5-3}{-5+1} = \frac{-8}{-4} = 2$$

x	-4	-3	-2		0	1	2
f(x)	7/3	3	5		-3	-1	-1/3

b) la courbe (Cf).



Exercice5 : 1) $C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{72}{2} = 36$ et $C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

2)a) le nombre total de fleurs dans le bouquet de fleurs est : $2+4+3=9$

Donc : Le nombre de choix possibles est : $\text{card } \Omega = C_9^2 = \frac{A_9^2}{2!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{72}{2} = 36$

Choisir deux fleurs de mêmes couleurs signifie :

Choisir 2 roses blanches **ou** Choisir 2 roses rouges **ou** Choisir 2 roses jaunes

Donc : Le nombre de possibilités contenant deux fleurs de mêmes couleurs est :

$C_2^2 + C_4^2 + C_3^2 = 1 + 6 + 3 = 10$ Car : $C_2^2 = 1$ et $C_3^2 = 3$