1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Exercices sur le calcul des termes d'une suite définie par une expression explicite ou une Expression récurrente

PROF : ATMANI NAJIB

Exercice1 : Soit $(v_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par : $v_n = \sqrt{n-1} - \sqrt{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Calculer les 3 premiers termes.

Solution :1) on a $n \in \mathbb{N}^*$

On commence donc par : n=1

Pour n=1 on a: $v_1 = \sqrt{1-1} - \sqrt{1}$

Donc : $v_1 = \sqrt{0} - \sqrt{1} = 0 - 1 = -1$

Pour n=2 on a: $v_2 = \sqrt{2-1} - \sqrt{2}$

Donc : $v_2 = \sqrt{1} - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$

Pour n=3 on a: $v_3 = \sqrt{3-1} - \sqrt{3}$

Donc : $v_3 = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

Exercice2 : Soit $(u_n)_n$ la suite définie par : $u_n = 2n + 3 \quad : \forall n \in \mathbb{N}$

1)Calculer : les quatre 1ere termes de la suite $(u_n)_n$

2) Calculer : $u_{n+1} - u_n \quad : \forall n \in \mathbb{N}$

Solution :1) $u_0 = 2\times 0 + 3 = 3 \quad u_1 = 2\times 1 + 3 = 5$

$u_1 = 2\times 1 + 3 = 5 \quad u_3 = 2\times 3 + 3 = 9$

2) $u_{n+1} - u_n = (2(n+1)+3) - (2n+3)$

$u_{n+1} - u_n = 2n + 2 + 3 - 2n - 3 = 2$

Exercice3 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 7 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer : $u_1 ; u_2 ; u_3$

Solution : On a $u_{n+1} = 5u_n - 7$

Pour n=0 on a : $u_{0+1} = 5u_0 - 7$ donc $u_1 = 5\times 2 - 7$

Donc : $u_1 = 3$

Pour n=1 on a : $u_{1+1} = 5u_1 - 7$ donc $u_2 = 5\times 3 - 7$

Donc : $u_2 = 8$

Pour n=2 on a : $u_{2+1} = 5u_2 - 7$ donc $u_3 = 5\times 8 - 7$

Donc : $u_3 = 33$

Exercice4 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Calculer les 3 premiers termes.

Solution :1) On a $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$

Pour n=0 on a : $u_1 = \sqrt{u_0 + 2}$ donc $u_1 = \sqrt{2}$

Pour n=1 on a : $u_2 = \sqrt{u_1 + 2}$ donc $u_2 = \sqrt{\sqrt{2} + 2}$

Pour n=2 on a : $u_3 = \sqrt{u_2 + 2}$ donc $u_3 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2} + 2} + 2}$

Exercice5 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^{\ 2} + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Calculer u_1 et u_2 et u_3

Solutions : 1) Calcul de : u_1

Pour n=0 on a : $u_{0+1} = u_0^{\ 2} + 2u_0 + 2 = (-1)^2 + 2\times(-1) + 2 = 1 + -2 + 2 = 1$

2) Calcul de : u_2

Pour n=1 on a : $u_{1+1} = u_1^{\ 2} + 2u_1 + 2$

Donc : $u_2 = u_1^{\ 2} + 2u_1 + 2$

Donc : $u_2 = 1^2 + 2\times1 + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$

3) Calcul de : u_3

Pour n=2 on a : $u_{2+1} = u_2^{\ 2} + 2u_2 + 2$

Donc : $u_3 = u_2^{\ 2} + 2u_2 + 2$

Donc : $u_3 = 5^2 + 2\times5 + 2 = 25 + 10 + 2 = 37$

Exercice6 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{7u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Calculer u_1 et u_2

Solutions : 1) Calcul de : u_1

Pour n=0 on a : $u_{0+1} = \dfrac{7u_0}{2u_0 + 1} = \dfrac{7\times1}{2\times1+1} = \dfrac{7}{3}$

2) Calcul de : u_2

Pour n=1 on a : $u_{1+1} = \dfrac{7u_1}{2u_1 + 1}$

Donc : $u_2 = \dfrac{7\times\frac{7}{3}}{2\times\frac{7}{3}+1} = \dfrac{\frac{49}{3}}{\frac{14}{3}+1} = \dfrac{\frac{49}{3}}{\frac{14}{3}+\frac{3}{3}} = \dfrac{\frac{49}{3}}{\frac{17}{3}} = \dfrac{49}{3}\times\dfrac{3}{17} = \dfrac{49}{17}$