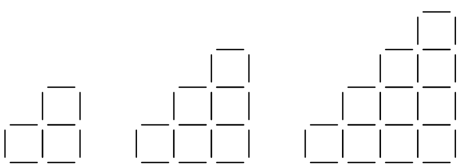
Première SC /Suite et introduction 1.

Introduction :

Exercice 1

On construit les figures ci-dessous à l'aide de petites baguettes de bois.



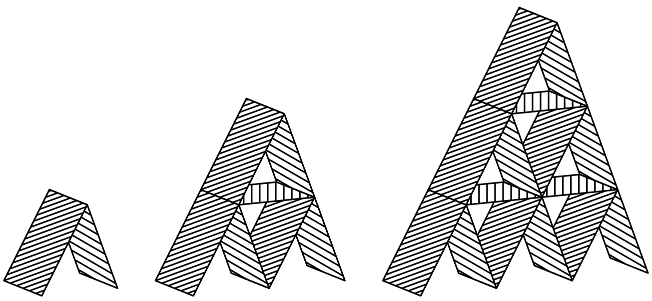
1^{er} étape 2^{e} étape 3^{e} étape

Pour n un entier strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de baguettes nécessaires à la construction lors de l'étape n. On a donc :

$u_1 = 10$; $u_2 = \ldots$; $u_3 = \ldots$; $u_4 = \ldots$

Exercice réservé 2

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $2^{ième}$ étape $3^{ième}$ étape

Pour tout entier naturel non-nul $(n \in \mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de cartes nécessaire à la construction de la n^{me} étape. Ainsi, on a :

$u_1 = 2$; $u_2 = \ldots$; $u_3 = \ldots$; $u_4 = \ldots$

Exercice 3

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.
Au début de l'expérience *(au temps "0")*, on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.

Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10 %, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C
1	Temps *(en min)*	Population de la souche A	Population de la souche B
2	0	200	300
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		

(On arrondira les données à l'unité près).

2. Soit n un entier naturel $(n \in \mathbb{N})$, on note a_n la population de bactéries de la souche A au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes a_n :
   $a_0 = 200$; $a_1 = \ldots$; $a_2 = \ldots$; $a_3 = \ldots$

3. Soit n un entier naturel $(n \in \mathbb{N})$, on note b_n la population de bactéries de la souche B au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes b_n :
   $b_0 = 300$; $b_1 = \ldots$; $b_2 = \ldots$; $b_3 = \ldots$

Exercice 4

1. Voici des exemples de suites de nombres :

   a. (2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...)

   b. (2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...)

   c. (6 ; −6 ; 6 ; −6 ; 6 ; ...)

   d. (1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...)

   Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

2. Voici d'autres exemples de suites numériques :

   a. (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ...)

   b. (1 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ...)

   c. (1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ...)

   d. $\left(1 ; \sqrt{2} ; \sqrt{3} ; 2 ; \sqrt{5} ; \sqrt{6} ; \ldots \right)$

   e. $\left(2 ; \frac{3}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{4} ; \frac{6}{5} ; \ldots \right)$

   Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

2. Termes d'une suite :

Exercice réservé 5

On considère les suites de nombres ci-dessous :

a. $a_0 = 4$; $a_1 = 7$; $a_2 = 10$; $a_3 = 13$; $a_4 = 16$ ...

b. $b_0 = 1$; $b_1 = -2$; $b_2 = 4$; $b_3 = -8$; $b_4 = 16$ ...

c. $c_0=1$; $c_1=3$; $c_2=5$; $c_3=7$; $c_4=9$ ...

d. $d_0=16$; $d_1=8$; $d_2=4$; $d_3=2$; $d_4=1$ ...

Associer à chacune de ces suites une relation ci-dessous permetant de définir la valeur d'un terme soit en fonction de la valeur de son prédécesseur, soit en fonction de la valeur de son rang :

1. $u_{n+1} = u_n + 2$
2. $u_n = 4 + 3{\cdot}n$
3. $u_{n+1} = -2{\cdot}u_n$
4. $u_n = 16\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Exercice 6

On considère les suites numériques définies ci-dessous, où leur rang n est un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

a. $u_n = 2n$
b. $v_n = 3n - 4$
c. $w_n = n^2 + 3$
d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 7

On considère les suites définies ci-dessous par la valeur de leur premier terme et d'une relation de récurrence où l'entier n désigne un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

a. $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n + 2$
b. $v_0 = 3$; $v_{n+1} = 2{\cdot}v_n$
c. $w_0 = 2$; $w_{n+1} = -w_n$
d. $x_0 = 4$; $x_{n+1} = 2{\cdot}x_n - 2$
d. $y_0 = 1$; $y_1 = 1$; $y_{n+1} = y_n + y_{n-1}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice réservé 8

Pour chaque question, est définie une suite où le rang n désigne un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$.
Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) :

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$
b. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 3$
c. $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$
d. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 1$
e. $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$
f. $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$; $u_0 = 2$

Exercice 9

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$u_0=3$; $u_{n+1}=2{\cdot}u_n-2$

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{n+1}{2{\cdot}n+1}$$

Exercice 10

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$u_0=4$; $u_{n+1}=3-2{\cdot}u_n$

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{2{\cdot}n-1}{n+3}$$

Exercice 11

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 2{\cdot}u_n + \frac{1}{n+1}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 12

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + \frac{n}{n+1}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 13

1. On considère la suite (u_n) dont le terme de rang n, un entier positif ou nul, est donné par la relation :
$$u_n = -\frac{7}{4}\cdot\left[1-(-1)^n\right]+3$$
   a. Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.
   b. Que peut-on dire de la valeur des termes de la suite (u_n)?

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout rang positif ou nul, par :
$$v_{n+1} = \frac{1-v_n}{1+v_n} \quad ; \quad v_0 = 3$$
   a. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).
   b. Que remarque-t-on?

3. Termes d'une suite et algorithme :

Exercice 14

On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1
```
u ← 4
Pour i allant de 1 à
53
    u ← u+3
Fin Pour
```

Algorithme 2
```
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2×u+1
Fin Pour
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable u après l'exécution de l'algorithme.

Exercice 15

1. a. Dans un langage de programmation, saisir l'algorithme suivant :
```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
    a ← a+3
Fin Pour
```
   b. En effectuant une exécution pas à pas, noter les valeurs successives prises par la variable a :
... ; ... ; ... ; ... ; ... ; ...

2. a. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable **a** soit :

2 ; 6 ; 10 ; 14 ; 18 ; 22

b. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable **a** soit :

5 ; 10 ; 15

Exercice réservé 16

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

Considérons le code :

```
Fonction f(n)
    u ← 1
    Pour i allant de 1 à n
        u ← 2×u
    Fin Pour
    Renvoyer u
```

L'appel à la fonction `f(n)` renvoye au programme la valeur du terme de la suite (u_n) de rang n.

Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

n	0	1	2	10	20
u_n					

4. Suites arithmétiques et géométriques : introduction :

Exercice 17

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er Janvier 2003.
Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$.

On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

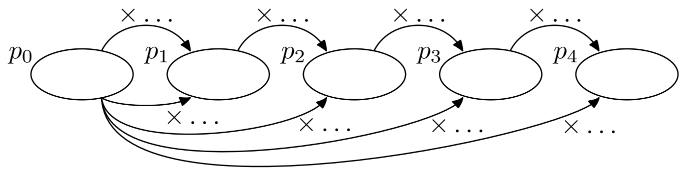
On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

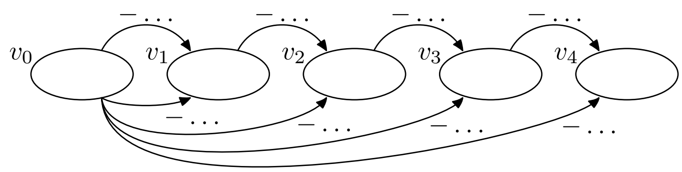
b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.



Exercice 18

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par récurrence par les relations où les rangs n de leurs termes sont des entiers positifs ou nuls $(n \in \mathbb{N})$:

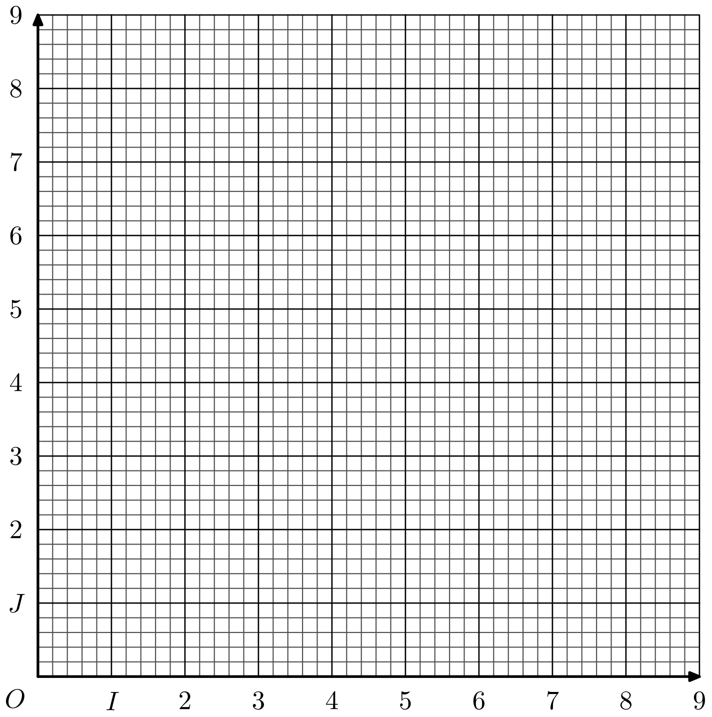
- $u_{n+1} = u_n + 0{,}75 \quad ; \quad u_0 = 2$
- $v_{n+1} = 2 \cdot v_n \quad ; \quad v_0 = 0{,}125$

1. Quelles sont les natures des suites (u_n) et (v_n) ? On précisera les éléments caractéristiques de ces deux suites.

2. Compléter le tableau suivant avec les valeurs de la suite arrondies au dixième près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										
v_n										

3. Placer les points $(n\,;u_n)$ et $(n\,;v_n)$ représentant ces deux suites dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



Exercice 19

La société Mandine embauche Arthur au 1er Janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1er Janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1er Janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2. A partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B?

5. Suites arithmétiques et géométriques : formule récurrence :

Exercice20

Dans cet exercice, n désigne un entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
$v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2$

a. Donner les èlements caractéristiques de la suite (v_n).

b. Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 21

Dans cet exercice, les rangs des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nuls :

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :
$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$

Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

6. Suites arithmétiques et géométriques : nature :

Exercice 22

Dans cet exercice, les rangs des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nuls :

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 23

Dans cet exercice, les rangs des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nuls :

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
$u_0 = 5 \quad ; \quad u_1 = 6{,}5 \quad ; \quad u_2 = 7 \quad ; \quad u_3 = 8{,}5$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
$v_0 = 108 \quad ; \quad v_1 = 36 \quad ; \quad v_2 = 12 \quad ; \quad v_3 = 2$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 24

On considère les deux suites (u_n) et (v_n), définies pour des rangs n positifs ou nuls $(n\in\mathbb{N})$ dont les premiers termes sont donnés ci-dessous :

- (u_n) : $(2\ ,\ 6\ ,\ 9\ ,\ 12\ ,\ \ldots)$
- (v_n) : $\left(54\ ,\ 6\ ,\ \frac{2}{9}\ ,\ \frac{2}{81}\ ,\ \ldots\right)$

Justifier que chacune de ces suites ne peut être ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 25

On considère les deux suites (u_n) et (v_n), où leurs rangs sont des entiers naturels positifs ou nuls $(n\in\mathbb{N})$, définies par les relations suivantes :

- $u_n = n^2 - 2\cdot n + 2$
- $v_0 = 5 \quad ; \quad v_{n+1} = (v_n)^2 - 3\cdot v_n$

1. Déterminer les quatre premiers termes de chacune de ces deux suites.
2. Justifier que ces deux suites ne sont ni des suites arithmétiques, ni des suites géométriques.

7. Suites arithmétiques et géométriques : formule explicite :

Exercice26

Dans cet exercice, le rang n des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nul :

1. On considère la suite (u_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $u_n = 3\cdot n + 2$

   Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.
2. On considère la suite (v_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $v_n = 2\times 3^n$

   Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

Exercice 27

Les suites de cet exercice sont définies pour un rang n entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

1. Déterminer la nature de chacune des suites ci-dessous et ses éléments caractéristiques :

   a. $a_0=3 \quad ; \quad a_{n+1}=a_n-2$ b. $b_0=5 \quad ; \quad b_{n+1}=2\cdot b_n$

   c. $c_0=\frac{1}{2} \quad ; \quad c_{n+1}=\frac{3}{4}\cdot c_n$ d. $d_0=-1 \quad ; \quad d_{n+1}=d_n+1$
2. Déterminer la nature de chacune des suites ci-dessous et ses éléments caractéristiques :

   a. $e_n = 3n - 2$ b. $f_n = 2\times 3^n$

   c. $g_n = \frac{5}{2^n}$ d. $h_n = 1 - n$

Exercice 28

Les suites (u_n) et (v_n) ont pour rang de leurs termes les entiers n positifs ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$
   a. Donner la nature de la suite (u_n) et ses éléments caractéristiques.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de u_{20}.
2. On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot v_n$
   a. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de v_6.

Exercice 29

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$
   a. Quel est la nature de cette suite?
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de u_{20}.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot v_n$
   a. Quel est la nature de cette suite?
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de v_6.

8. Suites arithmétiques et géométriques : recherche des élèments caractéristiques :

Exercice réservé 30

Les termes des suites (u_n) et (v_n) ont leurs rangs n définis par un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$.

1. On considère la suite (u_n) arithmétique dont on a les valeurs des deux termes :
   $u_4 = 3 \quad ; \quad u_7 = 15$
   a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite

(u_n).

b. Donner la formule de récurrence, puis la formule explicite caractérisant la suite (u_n)

2. On considère la suite (v_n) géométrique dont on a les valeurs des deux termes :
$v_2 = 2 \quad ; \quad v_5 = 54$

a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (v_n).

b. Donner la formule de récurrence, puis la formule explicite caractérisant la suite (v_n)

Exercice 31

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) dont les rangs n de leurs termes sont des entiers positifs ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) arithmétique dont on connait les valeurs des deux termes :
$u_7 = 23 \quad ; \quad u_{13} = -1$

a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n). Justifier votre démarche.

b. Donner la formule explicite définissant un terme de la suite (u_n) en fonction de son rang n.

2. On considère la suite (v_n) géométrique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$v_3 = 4 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{81}{4}$

a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (v_n). Justifier votre démarche.

b. Donner la formule explicite définissant la valeur d'un terme de la suite (v_n) en fonction de son rang.

Exercice 32

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ arithmétique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_7 = 3 \quad ; \quad u_{22} = 15$

Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$v_3 = 256 \quad ; \quad v_8 = 781{,}25$

Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (v_n).

Exercice 33

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ arithmétique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_9 = 6 \quad ; \quad u_{24} = 8{,}1$

Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$v_2 = 250 \quad ; \quad v_7 = 81{,}92$

Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (v_n).

9. Problèmes : suites géométriques et évolutions :

Exercice 34

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

On a pu lire dans le livre "*Voici venu le temps du monde fini*" d'Albert Jacquard l'affirmation suivante :

Un accroissement d'une population de 2 % par an peut sembler bien faible, il correspond pourtant à un doublement en 35 ans, donc à un quadrulement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Les affirmations de l'auteur sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

Partie B

1. La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la population mondiale en millions d'habitants :

	A	B	C	D	E
1	Année	Population	Taux d'évolution arrondi à 0,1 %	n	u_n
2	1950	2500	×	0	2500
3	1960	3014	20,6 %	1	
4	1970	3683	22,2 %	2	
5	1980	4453	20,9 %	3	
6	1990	5201		4	
7	2000	6080		5	
8				6	
9				7	
10				8	
11				9	

Quelle formule faut-il écrire en `C3` pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

2. a. Calculer le taux d'évolution global de la population mondiale entre les années 1950 et 2000.

b. Montrer que le taux décennal moyen entre les années 1950 et 2000 est d'environ 19,45 %.

3. On considère la suite géométrique u de premier terme

$u_0 = 2500$ et de raison $q = 1{,}195$.

a. Quelle formule, à recopier vers le bas, peut-on écrire en E3 pour calculer les termes de la suite u?

b. Si l'on fait l'hypotèse que la population mondiale évoluera au même rythme au delà de l'an 2000, on peut estimer que la population mondiale de l'année $(1950+10n)$ sera environ égale au terme u_n de cette suite.
Quelle population peut-on ainsi prévoir pour l'an 2010? Pour l'an 2050?

c. Par combien la population mondiale serait-elle ainsi multipliée en un siècle?

Exercice 35

Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.
  On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les èlèments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

3. a. Au bout du $5^{\text{ième}}$ mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?

b. A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

Exercice 36

Une petite ville dispose d'une service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.
Le responsable du service de location de vélos constate qu'entre les vélos inutilisables car perdus, volés ou détériorés et les nouveaux vélos acquis, le nombre de vélos utilisables augmente de 5 % chaque année.

Le 1^{er} janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier nature n, u_n est le nombre de vélos le 1^{er} janvier de l'année $2017+n$.
Ainsi, $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 1{,}05 \times u_n.$$

1. a. Justifier le coefficient 1,05 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

b. Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1^{er} janvier 2018?

2. La municipalité a décidé d'arrêter l'achat de nouveaux vélos dès que son stock dépasera 500 unités.
En quelle année, le stock du service municipal sera supérieur à 500 vélos pour la première fois?

Exercice 37

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

On désigne par u_n le nombre de films proposés où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la suite (u_n) est une suite géométrique de premier 500 :

2. Exprimer u_n en fonction de n.

10. Suites et seuils :

Exercice 39

Un magasin propose une carte de fidélité afin de profiter d'avantages lors d'achats. La première année, la carte de fidélité a été offerte à 200 clients.
On observe que le nombre de clients possédant la carte de fidélité augmente de 6 % par an.

On modélise le nombre de possesseurs de la carte de fidélité par une suite (u_n) où n désigne le nombre d'années depuis l'ouverture du magasin.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

2. Donner la nature de la suite et ses éléments caractéristiques. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

4. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'année le nombre de possesseurs de la carte de fidélité dépasse 400 personnes.

Exercice 40

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %

On modélise le nombre de films proposés par une suite (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

2. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la suite (u_n). Exprimer u_n en fonction de n.

3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

4. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois le nombre de films proposés dépasse 800 films proposés.

11. Suites, seuils et algorithmes :

Exercice 41

Un commerçant venant d'ouvrir une boutique remarque que son chiffre d'affaire à commencer à 25 000 euros par mois et à progresser tous les mois de 2 %.

Il décide de modéliser la progression de son chiffre d'affaire par la suite (u_n) où u_0 représente le chiffre d'affaire lors d'ouverture de la boutique.

1. Donner la nature et les caractéristiques de la suite (u_n).
2. a. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois, son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.

   b. Compléter l'algorithme afin qu'à la fin de son exécution, la variable n ait pour valeur le nombre de mois à attendre pour que son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.

```
ℓ.1    n ← 0
ℓ.2    u ← 25 000
ℓ.3    Tant que ...
faire
ℓ.4        n ← ...
ℓ.5        u ← ...
ℓ.6    Fin Tant que
```

Exercice 42

Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint dès l'année 2013 certaines entreprises à diminuer chaque année la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air.

Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013 et 332 tonnes en 2015. On considère que le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés est constant.

1. Justifier que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10 %.
2. On admet que ce taux de 10 % reste constant pour les années à venir.

   a. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes fixé par le conseil départemental.

   b. Compléter l'algorithme ci-dessous afin que la variable n ait, à la fin de son exécution, pour valeur l'année à laquelle la quantité de polluants rejetés ne dépassera pas 180 tonnes.

```
n ← 0
u ← 410
Tant que ...
    n ← n+1
    u ← u×0,9
Fin Tant que
n ← n+...
```

Exercice 43

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,9 et de premier term $u_0 = 50$.

1. a. Recopier et compéter l'algorithme afin, qu'à la fin de son exécution, la variable U ait pour valeur 25^e terme de cette suite, c'est à dire u_{24} :

```
U ← ...
Pour N allant de 1 à 24
    U ← ...
Fin Pour
```

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

   c. Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.
2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $u_n < 0{,}01$.