امتحان تجريبي 2

Exercice1 : 2points

Une personne a acheté 20 kg de citron et 30 litres de lait par une somme de 248 dirhams, puis il a acheté 40 kg de citrons et 20 litres de lait par la même somme, c'est à dire 248 dirhams. Déterminer le prix d'un kilo de citron et d'un litre de lait

Exercice2 : 6points (1pt +1pt +0.5pt +1.5pt +2pt)

Le contrat de location insiste sur une augmentation annuelle du loyer de 20 %.

Soit u_1 le prix de location pour la première année : $u_1 = 3125$ dirhams

Soit u_2 le prix de location pour la deuxième année

Soit u_n le prix de location pour l'année de rang n

1) Calculer : u_2

2) a) Montrer que : $u_{n+1} = \frac{6}{5}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est géométrique et déterminer sa raison

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer la somme des prix de location pour les 6 premières années

Remarque : $6^6 = 46656$ *et* $5^6 = 15625$

Exercice3 : 8points (2pt +1.5pt +1.5pt+0.5pt+0.5pt+1pt+1pt)

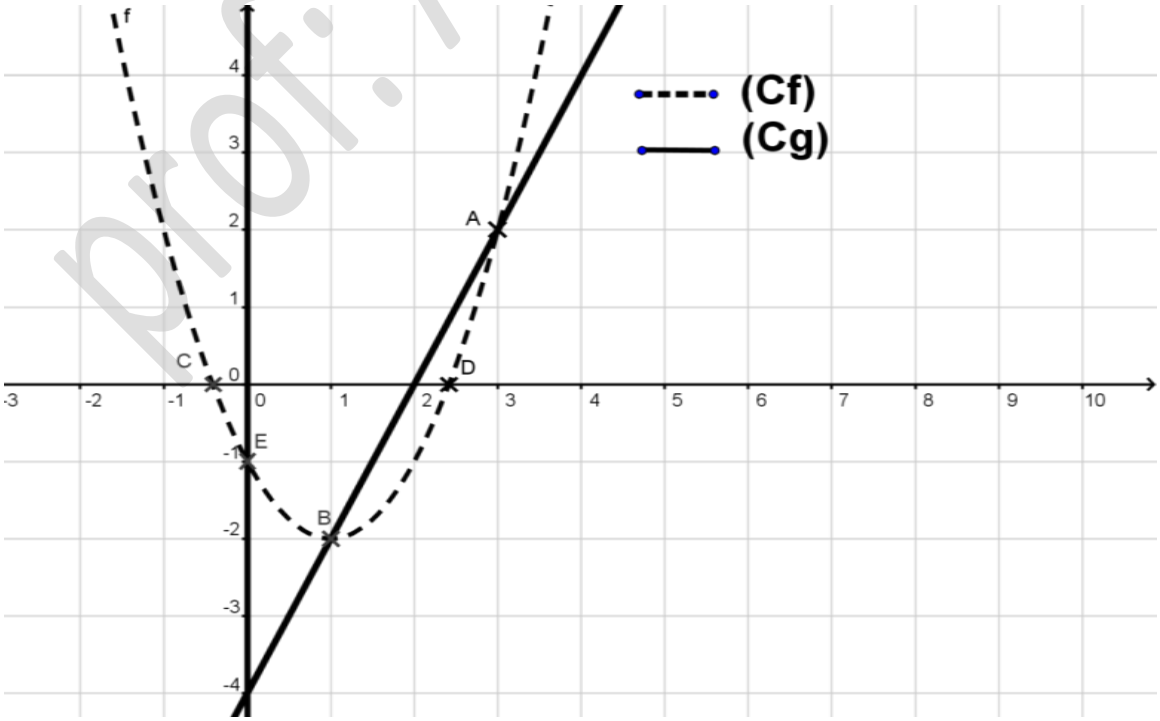
Soient f et g les deux fonctions définies sur R par :

$f(x) = x^2 - 2x - 1$ et $g(x) = 2x - 4$

Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) sont données dans le repère ci-dessous :

Voire figure)

1. Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$
2. Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x) \succ g(x)$
3. Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère



Prof. ATMANI NAJIB

Exercice4 : 4points (2pt +2pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution :

Exercice1 : Soient : x le prix d'un kilo de citron et y le prix d'un litre de lait

Puisqu'il a acheté 20 kg de citron et 30 litres de lait par une somme de 248 dirhams alors :

$20x+30y=248\ (1)$

Puisqu'il a acheté 40 kg de citrons et 20 litres de lait par la même somme Alors :

$40x+20y=248(2)$

Il suffit de résoudre le système suivant : $\begin{cases}20x+30y=248\ (1)\\40x+20y=248(2)\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases}20x+30y=248\ (1)\\40x+20y=248(2)\end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases}-40x-60y=-496\ (1)\\40x+20y=248(2)\end{cases}$

Donc : $(2)+(1)\quad -40x-60y+40x+20y=-496+248$

Donc : $(2)+(1)\quad -40y=-248$

Équivaut à : $y=\frac{-248}{-40}=6,2$ et on remplace dans : $20x+30y=248\ (1)$

Équivaut à : $20x+30\times 6,2=248$ C'est à dire : $20x=248-186=62$

C'est à dire : $x=\frac{62}{20}=3,1$

Donc : le prix d'un kilo de citron est : 3,1dh

Le prix d'un litre de lait est : 6,2 dh

Exercice2 : 1) Calcul de u_2 :

u_2 C'est Le prix à payer après l'augmentation annuelle du loyer de 20 % **:**

$u_2=3125+3125\times\frac{20}{100}=3125+3125\times\frac{1}{5}=3125+625=3750\,dh$

2) on a : $u_{n+1}=u_n+u_n\times\frac{20}{100}=u_n\left(1+\frac{1}{5}\right)=\frac{6}{5}\times u_n$

Donc : la suite $(u_n)_n$ est géométrique et sa raison est : $q=\frac{6}{5}$

3) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique de premier terme $u_1=3125$ et sa raison $q=\frac{6}{5}$

On a donc : $u_n=u_1\times q^{n-1}$ donc : $u_n=3125\times\left(\frac{6}{5}\right)^{n-1}$

4) Calculer la somme des prix de location pour les 6 premières années

On va Calculer la somme suivante : $S=u_1+u_2+\cdots+u_6$ **:**

prof ATMANI NAJIB

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_1 = 3125$et sa raison $q = \frac{6}{5}$

Alors : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_6 = u_1 \frac{1-q^{6-1+1}}{1-q}$

On a donc : $S = 3125\frac{1-\left(\frac{6}{5}\right)^6}{1-\frac{6}{5}} = 3125\frac{1-\left(\frac{6}{5}\right)^6}{-\frac{1}{5}} = -5\times 3125\left(1-\frac{46656}{15625}\right) = -15625\left(\frac{15625-46656}{15625}\right)$

$S = -(15625-46656) = 31031DH$

Exercice3 : 1) a) Résolution graphique de l'équation $f(x) = g(x)$

Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g)

On a donc $x=1$ et $x=3$ donc $S=\{1;3\}$

b) Résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ Signifie : $x^2-2x-1=2x-4$ c'est-à-dire : $x^2-4x+3=0$

$a=1$ et $b=-4$ et $c=+3$

$\Delta = b^2-4ac = (-4)^2-4\times 1\times 3 = 16-12 = 4 > 0$

Donc : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

C'est-à-dire : $x_1 = \frac{-(-4)+\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$ Et $x_2 = \frac{-(-4)-\sqrt{4}}{2\times 1} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Donc $S=\{1;3\}$

2) a) Résolution graphique de l'inéquation $f(x) \succ g(x)$:

La courbe (C_f) est au-dessus de (C_g)

si $x \in]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

Donc $S =]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

b) Résolution algébrique de l'inéquation $f(x) \succ g(x)$:

$f(x) \succ g(x)$ Signifie $x^2-2x-1 \succ 2x-4$

C'est-à-dire : $x^2-4x+3 \succ 0$

Les racines sont : $x_1 = 3$ et $x_2 = 1$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $S =]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

3)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

Les points d'intersection C et D de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et leurs abscisses sont les solutions de l'´équation $f(x) = 0$.

$f(x) = 0$ Signifie $x^2-2x-1=0$ $\Delta = b^2-4ac = (-2)^2-4\times 1\times(-1) = 4+4 = 8 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 > 0$

$x_1 = \frac{-(-2)+2\sqrt{2}}{2\times 1} = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$ $x_2 = \frac{-(-2)-2\sqrt{2}}{2\times 1} = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$

Donc les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses sont :

$C\left(1-\sqrt{2};0\right)$ et $D\left(1+\sqrt{2};0\right)$

b) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées

Le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées a une abscisse nulle

Et on a $f(0)=0^2-2\times 0-1=-1$

Donc le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées est : $E(0;-1)$

Exercice4 : 1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega=A_8^2=8\times 7=56$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

OU tirer 2 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$A_3^2+A_4^2+A_2^2=3\times 2+4\times 3+2\times 1=6+12+2=20$

prof: ATMANI NAJIB