

امتحان تجريبي 2

Exercice1 : 3points (1pt +1pt+1pt)

A l'Hôtel de la Plage de saïdia, les chambres sont affichées Hors Saison à 400 DH.

Pendant la période du 1 aout à 15 aout, elles subissent une première augmentation de 20 %.

1) Combien payerez-vous une chambre Pendant cette période ?

2) à partir de 15 juin, elles ont encore augmenté de 30 %.

Combien payerez-vous une chambre Pendant cette 2ieme période ?

3)Ahmed dit : 'Les chambres ont augmenté de 50 % en tout en aout '. A-t-il raison ?

Exercice2 : 3 points (1.5pt +1.5 pt)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

1) $2x^2 + x - 1 = 0$

2) $2x^2 + x - 1 \geq 0$

Exercice3 : 2 points

Ahmed à acheter 2 crayons du même type et 5 stylos du même type avec le montant total est 19 dirhams.

Si vous savez que le prix total d'un crayon et d'un stylo est de 5 dirhams. Déterminez le prix d'un stylo et d'un crayon.

Exercice4 : 4points (1pt +1pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique de premier terme : $u_0 = 3$ et sa raison $q = 2$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_9$ On donne : $2^{10} = 59049$

Exercice5 : 6points (1pt +1pt+1pt+1pt+2pt)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x \in D_f ; f'(x) = 3x(x - 2)$

b) Etudier le signe de $f'(x) \forall x \in D_f$

c) En déduire le tableau de variations de f sur D_f

b) Calculer : $f(3)$ et $f(1)$ et $f(-1)$ et Tracer la courbe (C_f)

Exercice6 :2points (1pt +1pt)

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole et on tire simultanément 3 livres de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

Solution :

Exercice1:

1) le prix à payer de la chambre après la première augmentation est :

$$P_1 = 400 + 400 \times \frac{20}{100} = 400 + 400 \times 0.2 = 400 + 80 = 480dh$$

2) le prix à payer de la chambre après la 2ieme période est :

$$P_2 = 480 + 480 \times \frac{30}{100} = 480 + 480 \times 0.3 = 480 + 144 = 624dh$$

3) le prix à payer de la chambre si l'augmentation était de 50 % est : 😞

$$P_2 = 400 + 400 \times \frac{50}{100} = 400 + 400 \times 0.5 = 400 + 200 = 600dh$$

Donc : Ahmed n'a pas raison : car $600dh \neq 624dh$

Exercice2 :1) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 + x - 1 = 0$: $a = 2$, $b = 1$ et $c = -1$

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1 + 8 = 9$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

Par suite : $S = \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\}$

2) $2x^2 + x - 1 \geq 0$

Les racines sont : $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = -1$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-1	$1/2$	$+\infty$	
$2x^2+x-1$	+		-		+

D'où : $S =]-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty[$

Exercice3 : soient : x le d'un crayon et y le d'un stylo

Puisque Ahmed à acheter 2 crayons du même type alors le prix est : $2x$

Puisque Ahmed à acheter 5 stylos du même type alors le prix est : $5y$

le montant total de 11 dirhams. Donc : $2x + 5y = 19$

On sait que le prix total d'un crayon et d'un stylo est de 3 dirhams donc : $x + y = 5$

Il suffit de résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

On calcule le déterminant du système :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 5 \times 1 = 2 - 5 = -3 \neq 0$$

Alors le système admet un couple solution unique :

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 19 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{19-25}{-3} = \frac{-6}{-3} = 2 \quad \text{et} \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{10-19}{-3} = \frac{-9}{-3} = 3$$

Donc : $x = 2$ dh et $y = 3$ dh

Exercice4 :1) Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_1 = u_0 \times q = 3 \times 2 = 6$

$u_2 = u_1 \times q = 6 \times 2 = 12$

2) On a : $u_n = u_0 \times q^n$

Donc : $u_n = 3 \times 2^n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$

$$S = (\text{le premier terme dans la somme}) \frac{1 - \text{raison}^{(\text{le nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$$

le nombre de termes = $9 - 0 + 1 = 10$

Donc : $S = u_0 \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 3 \frac{1 - 59049}{-1} = 3 \times \frac{-59048}{-1} = 3 \times 59048 = 295240$

Exercice5: 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$

2) a) $\forall x \in \mathbb{R} f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)' = 3x^2 - 3 \times 2x + 0 = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

b) $\forall x \in \mathbb{R} f'(x) = 3x(x - 2)$

$3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

Le tableau de signe est le suivant :

$f'(x) = 3x^2 - 6x$ a = $3 > 0$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$3x^2 - 6x$	+	0	-	0	+

c) Donc : f est une fonction strictement croissante dans $]-\infty; 0]$ et sur $[2; +\infty[$

Et f est une fonction strictement décroissante dans $[0; 2]$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

Donc : $f(0) = 0^3 - 3 \times 0^2 + 4 = 0 - 0 + 4 = 4$

$f(2) = 2^3 - 3 \times 2^2 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$

b) Calcul de : $f(3)$ et $f(1)$ et $f(-1)$

On a : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

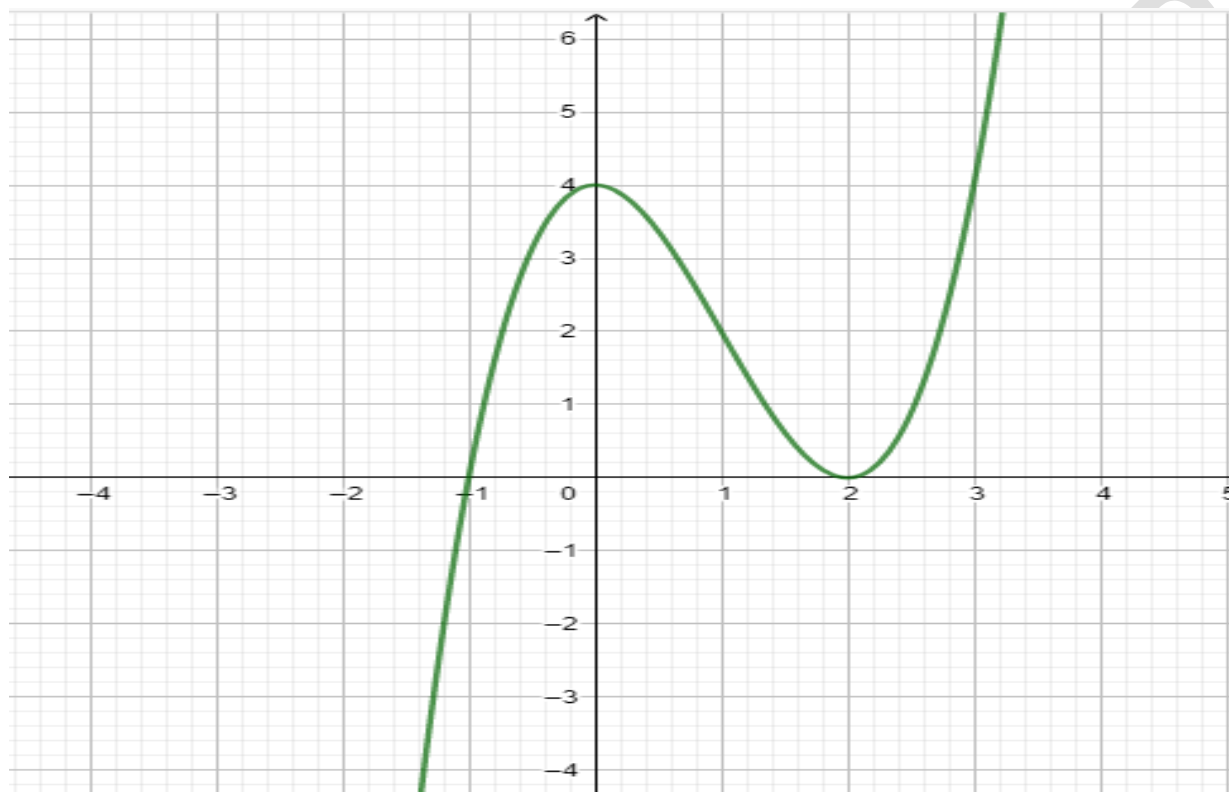
Donc : $f(1) = 1^3 - 3 \times 1^2 + 4 = 1 - 3 + 4 = 2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3 \times (-1)^2 + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$ et $f(3) = 3^3 - 3 \times 3^2 + 4 = 27 - 27 + 4 = 4$

Traçage de la courbe (C_f):

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	0	4	2	0	4	



Exercice6:1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique appelée combinaison :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

1) Dans l'urne il Ya :12 livres et on tire simultanément 3 livres de cette urne

Donc : $\text{card}(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 1 \times 9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 2 \times 11 \times 10 = 220$$

2) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie :

Un livre de la langue Français **et** 2 livres **non** Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement : $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10 \times 9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est : $3 \times 45 = 135$