Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017 (Session Rattrapage)

Exercice 1 : 6points (0.5pt +1pt+0.5pt+1pt 1pt +2pt)

1) a) Vérifier que le discriminent de l'équation $x^2-3x-10=0$ est : $\Delta=49$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-3x-10=0$

c) Développez : $(x+2)(x-5)$

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2-3x-10\le 0$

2)Le prix d'un kilogramme de farine est de 7DH
Sachant que ce prix a augmenté de 15 %
Quel son prix après l'augmentation ?

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

Exercice 2 : 4points (1pt +1.5pt+0.5pt+1pt)

1) $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

2) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0=\frac{2}{3}$ et $v_1=4$

a) Montrer que la raison $q=6$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Exercice 3 : 2points (1pt+1pt)

Une urne contient 2 boules rouges ; 3 boules jaunes et 4 boules vertes
On tire simultanément 3 boules de cette urne.
1) Déterminer le nombre de tirages possibles
2) Quel est le nombre de tirages contenant 3 boules de mêmes couleurs ?

Exercice 4 : 8points (0.75pt +2pt+1.5pt+1pt +0.75pt +1.5pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x-1}{x-2}$

1) Calculer : $f(0)$ et $f(3) et$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

3)a) Vérifier que : $\forall x\in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$; $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}$

b) Donner le tableau de variations de f sur $\forall x\in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

4) a) Montrer que l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(3;5)$ est :
$(T):y=-3x+14$

b) Représenter La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

c)Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{2x-1}{x-2}\ge 5$

Solution :

Exercice 1 : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2-3x-10=0$:
a = 1, b =-3 et c = -10
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49$
b) Comme $\Delta=49 > 0$, l'équation $x^2-3x-10=0$ possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{3+\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2$

Par suite : $S=\{-2;5\}$

1) c)
$$(x+2)(x-5)=x^2-5x+2x-10$$
$$=x^2-3x-10$$

1)d) on a : $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$

Les racines sont donc : $x_1=5$ et $x_2=-2$

On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x+2)(x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=[-2;5]$

2) le kilogramme de farine a augmenté de 15 % :

Donc : $N=7+7\times\frac{15}{100}=7+\frac{105}{100}=7+1,05=8,05DH$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases}3x-2y=7\\2x-y=4\end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$$\begin{cases}3x-2y=7\\2x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=7 & (1)\\-4x+2y=-8 & \times-2\quad(2)\end{cases}$$

Donc : $(2)+(1)$ $3x-2y-4x+2y=7+(-8)$

Équivaut à : $-x=-1\Leftrightarrow x=1$ et on remplace dans : $2x-y=4$

Équivaut à : $2-y=4$ C'est à dire : $-y=4-2\Leftrightarrow y=-2$

Donc : $S=\{(1,-2)\}$

Exercice 2 : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

a) $u_1=u_0+r=3+5=8$

$u_2=u_1+r=8+5=13$

b) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}=(20-0+1)\frac{u_0+u_{20}}{2}$$

Calculons : u_{20}

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 3 + 5n$

Donc : $u_{20} = 3 + 5\times 20 = 3 + 100 = 103$

$$S = 21\frac{3+103}{2} = 21\frac{106}{2} = 21\times 53 = 1113$$

2)a) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0 = \frac{2}{3}$ et $v_1 = 4$

Donc : $v_1 = v_0 \times q$

Donc : $4 = \frac{2}{3}\times q$ c'est-à-dire : $4\times 3 = 2\times q$

Donc : $\frac{12}{2} = q = 6$

b) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q

Donc : $v_n = v_0 \times q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_n = \frac{2}{3}\times 6^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice 3 : 1) Lorsque l'on effectue des tirages simultanés de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$

Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 3 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_9^3 = \frac{A_9^3}{3!} = \frac{9\times 8\times 7}{3\times 2} = \frac{3\times 3\times 4\times 2\times 7}{3\times 2} = 3\times 4\times 7 = 84$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 84.

2) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules jaunes **OU** tirer 3 boules vertes **OU** c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $C_3^3 + C_4^3$

Et on a : : $C_4^3 = \frac{A_4^3}{3!} = \frac{4\times 3\times 2}{3\times 2\times 1} = 4$ et $C_3^3 = 1$ car : $C_n^1 = n$

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $1+4=5$

Exercice 4: 1) Calcul de : $f(0)$ et $f(3) et$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

$$f(0) = \frac{2\times 0-1}{0-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \text{ et } f(3) = \frac{2\times 3-1}{3-2} = \frac{5}{1} = 5 \text{ et } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\times\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{1-1}{\frac{-3}{2}} = \frac{0}{\frac{-3}{2}} = 0$$

b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x} = 2$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{x-2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x} = 2$

a) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\frac{2x-1}{x-2}$

On a : $\lim_{x\to 2^+} 2x-1 = 4-1 = 3$ et $\lim_{x\to 2^+} x-2 = 0$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	$-$ 0 $+$

$\lim_{x\to 2^+} x-2=0^+$ et $\lim_{x\to 2^+} 2x-1=3$

Donc : $\lim_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$

b)) $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}\dfrac{2x-1}{x-2}$

On a: $\lim_{x\to 2^-} 2x-1=4-1=3$ et $\lim_{x\to 2^-} x-2=0^-$

Donc : $\lim_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$

3)a) Calculer : $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}$; $f'(x)=\left(\dfrac{2x-1}{x-2}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{2x-1}{x-2}\right)'=\frac{(2x-1)'(x-2)-(2x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{2(x-2)-1\times(2x-1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x-4-2x+1}{(x-2)^2}=\frac{-3}{(x-2)^2}$$

b) $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-2)^2}\prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;2[$ et sur $]2;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 2

4) a) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(3;5)$

Est : $(T):y=f(a)+f'(a)(x-a)$

On a : $a=3$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T):y=f(3)+f'(3)(x-3)$ avec $f(3)=5$

Et on a : $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$ donc : $f'(3)=\dfrac{-3}{(3-2)^2}=\dfrac{-3}{1^2}=-3$

Donc : $(T):y=5-3(x-3)$

Donc : $(T):y=5-3x+9$

Donc : $(T):y=-3x+14$

4)b) Représentation de La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	0	1/2	1	2	3	4	
f(x)	1/2	0	-1		5	7/2	

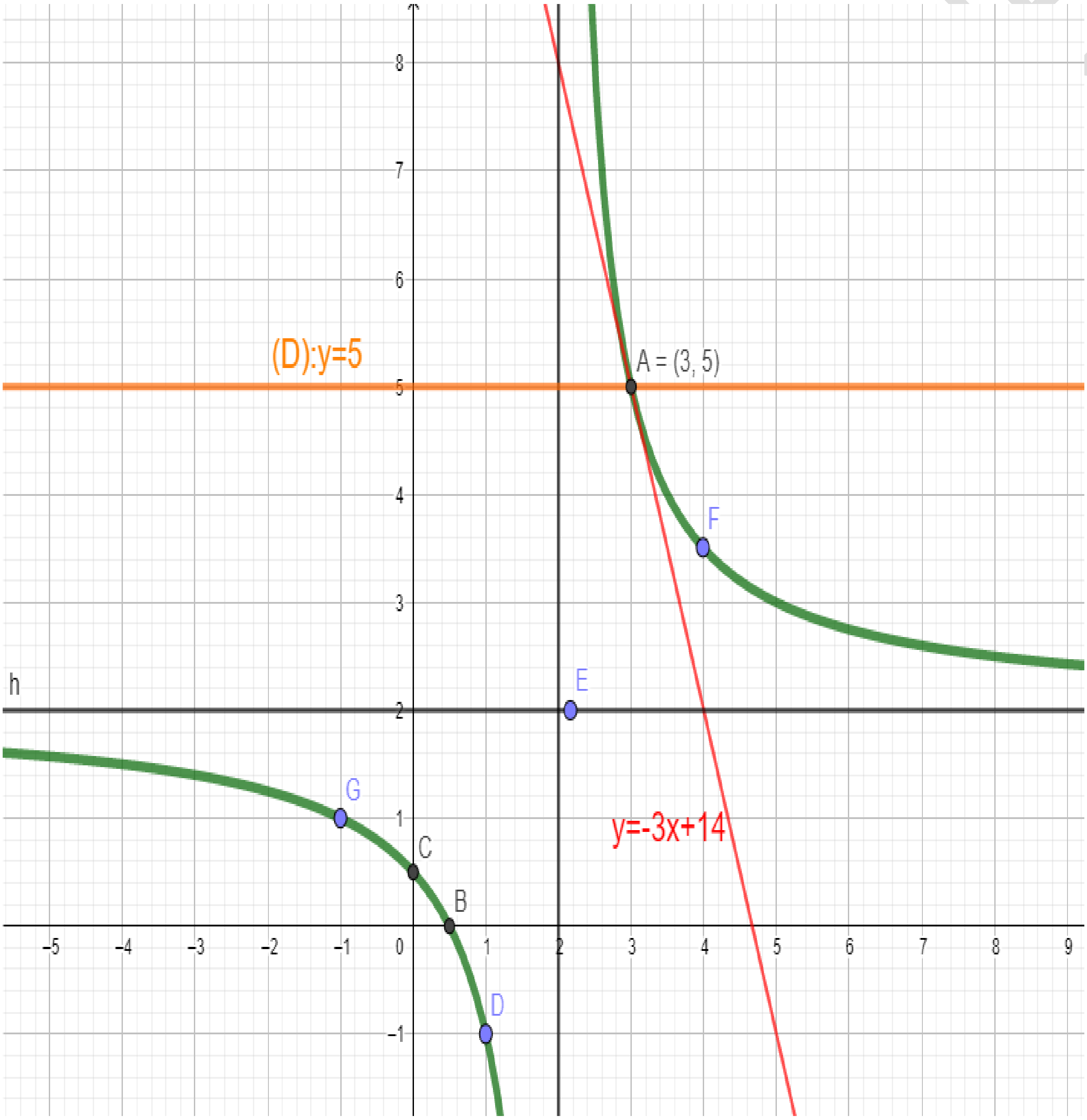
Pour construire la droite (T) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(T): y=-3x+14$

Si x=3 alors : $y=-3\times3+14=-9+14=5$

Si x=2 alors : $y=-3\times2+14=-6+14=8$

x	2	3
y	8	5



c)Résolution graphique de l'inéquation : $\frac{2x-1}{x-2}\geq5$

$\frac{2x-1}{x-2}\geq5 \Leftrightarrow f(x)\geq5$

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y=5$ si $x\in]2;3]$

Donc $S=]2;3]$