Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2017(Session Normale)

Exercice1 : 6points (0.5pt +1pt +1.5pt+2pt+1pt)

1) a) Vérifier que le discriminent de l'équation $x^2 - x - 6 = 0$ est : $\Delta = 25$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - x - 6 = 0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $x^2 - x - 6 \leq 0$

2) a) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

b) Le président d'un club de football décide de distribuer une somme de : 25000 DH
Comme récompense pour les trois premiers joueurs selon le nombre de buts marqués dans les matchs de championnat de football.
Le premier a marqué 5 buts et le deuxième a marqué 3 buts et le troisième a marqué 2 buts
Quel est La part de chacun de ces trois joueurs ?

Exercice2: 4points (1.5pt +1.5pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n = 3n - 2$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1 et u_{20}

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

Exercice3 :8points (0.75pt +2pt+1.5pt+1pt +0.75pt+1.5pt+0.5pt)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(-1)$ *et* $f(2)$

2) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ *et* $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

3) Vérifier que : $\forall x \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$

4) Donner le tableau de variations de f sur D_f

5) a) Montrer que l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;-1)$ est :
$(T): y = -2x - 1$

b) Représenter La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

c)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 3$

Exercice4 :1points (1pt +1pt)

Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules vertes

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant 2 boules de mêmes couleurs ?

Solution :

Exercice1 :1) a) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 - x - 6 = 0$: a = 1, b =-1 et c = -1
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1+24 = 25$.
b) $x^2 - x - 6 = 0$
Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :
Les solutions sont : $x_1 = \frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$ et $x_2 = \frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
3) $x^2 - x - 6 \leq 0$
Les racines sont : $x_1 = 3$ et $x_2 = -2$
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S = [-2;3]$

4) a) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

Utilisons la méthode par combinaison linéaire :

$\begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2x - 2y = -28 & \times -2 \ (1) \\ 2x + 3y = 14 & (2) \end{cases}$

Équivaut à : $(2)+(1)$ $\quad -2x - 2y + 2x + 3y = -28 + 14$
Équivaut à : $y = -14$ et on remplace dans : $x + y = 14$
$x - 14 = 14$ C'est à dire : $\begin{cases} x = 28 \\ y = -14 \end{cases}$

Donc : $S = \{(28, -14)\}$
b) soient : x La part du joueur qui marque 1 but
Puisqu'il le premier a marqué 5 buts alors :sa part est $5x$
Puisqu'il le deuxième a marqué 3 buts alors :sa part est $3x$
Puisqu'il le troisième a marqué 2 buts alors :sa part est $2x$
Puisque la somme totale est : 25000 DH
Donc : $5x + 3x + 2x = 25000$
Donc : $10x = 25000$
Donc : $x = \frac{25000}{10} = 2500DH$
La part du premier est $5x = 5 \times 2500 = 12500DH$
La part du deuxième est $3x = 3 \times 2500 = 7500DH$
La part du troisième est $2x = 2 \times 2500 = 5000DH$
Exercice2 :1) $u_n = 3n - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
Donc : $u_0 = 3\times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$ et $u_1 = 3 \times 1 - 2 = 3 - 2 = 1$
$u_{20} = 3 \times 20 - 2 = 60 - 2 = 58$
2) $u_{n+1} - u_n = (3(n+1) - 2) - (3n - 2) = 3n + 3 - 2 - 3n + 2 = 3$
Donc : $u_{n+1} - u_n = 3 = r \quad \forall n \in \mathbb{N}$
Donc : $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$et sa raison $r = 3$

3) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} = (20-0+1)\dfrac{u_0+u_{20}}{2}$

$$S = 21\frac{-2+58}{2} = 21\frac{56}{2} = 21\times 28 = 588$$

Exercice3 :1) Calcul de : $f(0)$ et $f(-1) et$ $f(2)$

$f(0) = \dfrac{0+1}{0-1} = \dfrac{1}{-1} = -1$ et $f(-1) = \dfrac{-1+1}{-1-1} = \dfrac{0}{-2} = 0$ et $f(2) = \dfrac{2+1}{2-1} = \dfrac{3}{1} = 3$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x} = 1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{x} = 1$

a) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x+1}{x-1}$

On a **:** $\lim\limits_{x\to1^+} x+1 = 1+1 = 2$ et $\lim\limits_{x\to1^+} x-1 = 0$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$x-1$	$-$ 0 $+$

$\lim\limits_{x\to1^+} x-1 = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to1^+} x+1 = 2$

Donc : $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to1^-} x-1 = 0^-$ et $\lim\limits_{x\to1^-} x+1 = 2$

Donc **:** $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty$

3) Calculer : $\forall x \in \mathbb{R}-\{1\}$; $f'(x) = \left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)'$ On utilise la formule : $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)' = \frac{(x+1)'(x-1)-(x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1(x-1)-1\times(x+1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

4) $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2} \prec 0$

Donc : f est une fonction strictement décroissante dans $]-\infty;1[$ et sur $]1;+\infty[$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	12 ↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘ 1

5) a) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;-1)$

Est : $(T): y = f(a) + f'(a)(x-a)$

On a : $a = 0$ donc : L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Est : $(T): y = f(0) + f'(0)(x-0)$ avec $f(0) = -1$

Et on a : $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$ donc : $f'(0) = \dfrac{-2}{(0-1)^2} = \dfrac{-2}{1^2} = -2$

Donc : $(T): y = -1 - 2(x-0)$

Donc : $(T): y = -1 - 2x$

Donc : $(T): y = -2x - 1$

5)b) Représentation de La courbe représentatives (C_f) et la droite (T) dans un même repère :

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	**0**	-1		3	2	

$f(2) = 3$ et $f(-1) = 0$ et $f(0) = -1$ et $f(3) = 2$

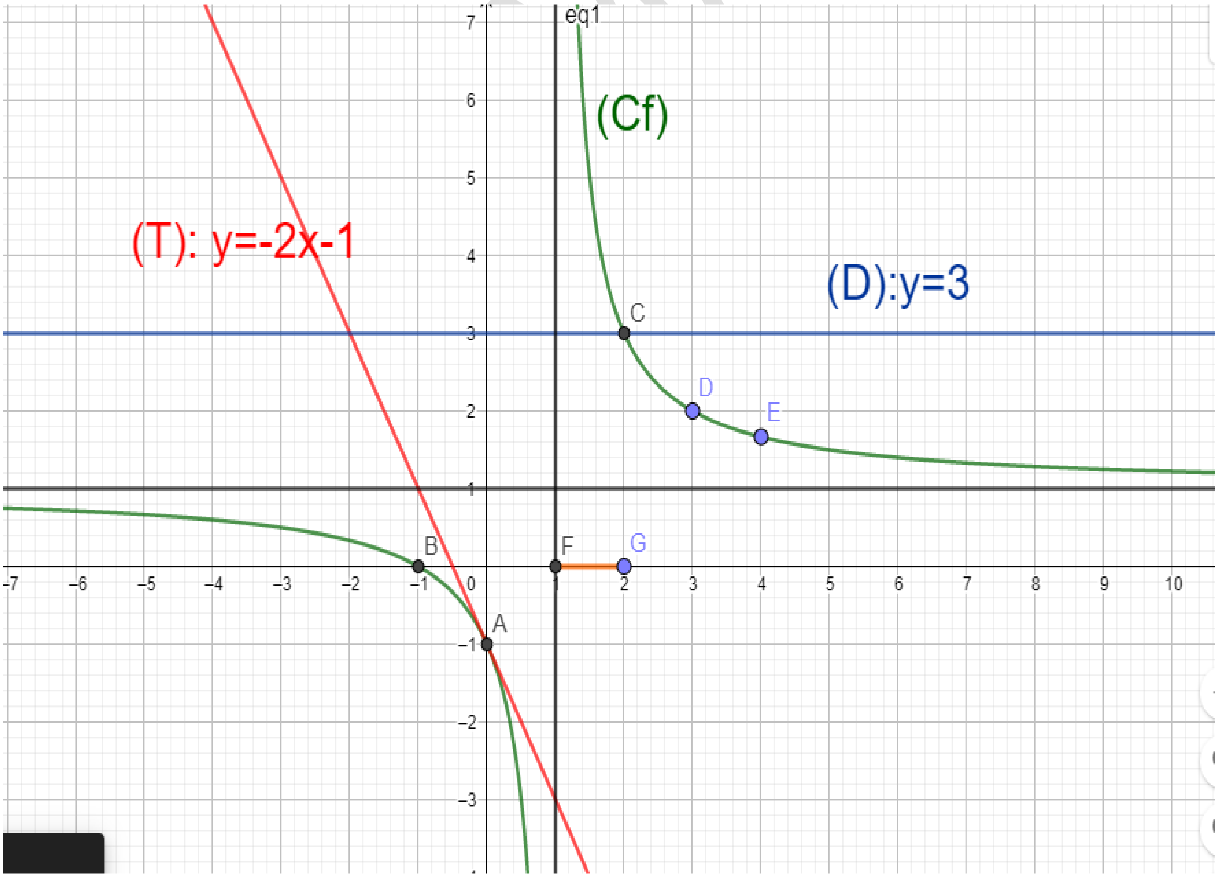
Pour construire la droite (T) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(T): y = -2x - 1$

Si x=0 alors : $y = -2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$

Si x=1 alors : $y = -2 \times 1 - 1 = -2 - 1 = -3$

x	0	1
y	-1	-3



c)La Résolution graphique de l'inéquation : $f(x) \geq 3$

La courbe (C_f) est au-dessus de la droite : $(D): y = 3$ si $x \in]1;2]$

Donc $S =]1;2]$

Exercice4 :1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire simultanément 2 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : C_9^2

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9\times8\times7!}{2\times1\times7!} = \frac{9\times8}{2} = 36$$

2) tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules rouges **ou** 2 boules vertes

ou c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : $C_4^2 + C_5^2$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4\times3\times2!}{2!2!} = \frac{4\times3}{2} = 6$$ et $$C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules mêmes couleurs est : $6+10=16$