Région Tanger Tétouan Al Hoceima 2018
(Session Rattrapage)

Exercice1 : 6points (0.5pt +1.5pt +1pt +2pt+1pt)

1) a) Montrer que le discriminent de l'équation suivante : $5x^2+2x-7=0$ est : $\Delta = 12^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $5x^2+2x-7=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $3x^2-x+1\geq 0$

3) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$

4) Une caisse contient 10 billets d'argents de la catégorie 200 DH et 15 billets d'argents de la catégorie 100 DH
Déterminer le Pourcentage des billets d'argents de la catégorie 200 DH dans cette caisse ?

Exercice2 : 4points (1pt +1pt +1pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_0=1$ et $u_{n+1}=\frac{u_n}{3}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Montrer que $(u_n)_n$ est une suite géométrique et vérifier que sa raison est : $q=\frac{1}{3}$

3) Montrer que : $u_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

4) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_9$

Exercice3 : 2points (1pt +1pt)

Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires

On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de mêmes couleurs ?

Exercice4 : 8points (1pt +1pt +2pt +0.5pt

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3-3x^2+1$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=6x(x-1)$ avec f' la fonction dérivée de f

b) Etudier le signe de : $x(x-1)$ et en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

3) a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses

4) Tracer la courbe (C_f).

Solution :

Exercice1 : 1) a) Calculons le discriminant de l'équation $5x^2+2x-7=0$:
a = 5, b =2 et c = -7
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 5 \times (-7) = 4+140 = 144 = 12^2$.
b) $5x^2+2x-7=0$ Comme $\Delta = 144 > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-2+\sqrt{144}}{2\times5}=\frac{-2+12}{10}=\frac{10}{10}=1$ et $x_2=\frac{-2-\sqrt{144}}{2\times5}=\frac{-2-12}{10}=\frac{-14}{10}=\frac{-7}{5}$

Donc : $S=\left\{-\frac{7}{5};1\right\}$

c) $3x^2-x+1\geq0$
Calculons le discriminant de l'équation $3x^2-x+1=0$: a = 3, b =-1 et c = 1
Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 1-12 = -11$
Donc : Pas de racines
On donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$3x^2+2x+1$	$+$

Car : $a=3\succ0$
D'où : $S=\left]-\infty;+\infty\right[=\mathbb{R}$

3) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x+y=35 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y=35-x \\ 3x-4y=0 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $35-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :
$\begin{cases} y=35-x \\ 3x-4(35-x)=0 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y=35-x \\ 3x-140+4x=0 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y=35-x \\ 7x=140 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y=35-x \\ x=\frac{140}{7}=20 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} y=35-20=15 \\ x=20 \end{cases}$

Donc : $S=\{(20,15)\}$
4)Le Pourcentage des billets d'argents de la catégorie 200 DH dans cette caisse est :
$\frac{10}{25}\times100=40\%$

Exercice2 : 1) On a : $u_{n+1}=\frac{u_n}{3}$ $\forall n\in\mathbb{N}$ Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{1}{3}=q$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0=1$ et sa raison $q=\frac{1}{3}$

2) a) On a : $u_1=q\times u_0$ donc $u_1=\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$

b) On a : $u_2 = q \times u_1$ donc $u_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

2) Ecriture de u_n en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = \frac{1}{3}$

On a donc : $u_n = u_0 \times q^n$ donc : $u_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$:

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = \frac{1}{3}$

Alors : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_9 = u_0 \frac{1 - q^{9-0+1}}{1-q}$

On a donc : $S = 1 \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1^{10}}{3^{10}}}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1}{59049}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{59049}\right)$

Donc : $S = \frac{3}{2}\left(\frac{59049}{59049} - \frac{1}{59049}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{59048}{59049}\right) = \frac{3 \times 59048}{2 \times 59049} = \frac{177144}{118098} \simeq 1,49997$

Exercice3: 1) Dans l'urne il Ya :7 boules et on tire <u>simultanément</u> 3 boules de cette urne

Donc : Le nombre de tirages possibles est : C_7^3

$$C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 7 \times 5 = 35$$

2) tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **ou** 3 boules noires

ou c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules mêmes couleurs est : $C_4^3 + C_3^3 = 4 + 1 = 5$

Car $C_n^1 = n$ et $C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$

Exercice4 : 1) On a : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 - 3x^2 + 1 = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 - 3x^2 + 1 = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$

2) a) $\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \left(2x^3 - 3x^2 + 1\right)' = 2 \times 3x^2 - 3 \times 2x + 0 = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$

b) le signe de $f'(x) = 6x(x-1)$ est le signe de : $x(x-1)$

$x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ ou \ x - 1 = 0$

$x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ ou \ x = 1$

Le tableau de signe de $x(x-1)$ est :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Le tableau de variation de f est :

$f(0)=2\times 0^3-3\times 0+1=0-0+1=+1$

$f(1)=2\times 1^3-3\times 1+1=2-3+1=0$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3) a) Vérifions que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$

$$(x-1)^2(2x+1)=\left(x^2-2x\times 1+1^2\right)(2x+1)$$
$$=\left(x^2-2x+1\right)(2x+1)=2x^3+x^2-4x^2-2x+2x+1$$
$$=2x^3-3x^2+1$$
$$=f(x)$$

Donc : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$

b) Etudions les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses :
Les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses
Sont les solutions de l'équation : $f(x)=0$

$$f(x)=0\Leftrightarrow (x-1)^2(2x+1)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2=0 \;\; ou \;\; 2x+1=0$$
$$\Leftrightarrow x-1=0 \;\; ou \;\; 2x=-1$$
$$\Leftrightarrow x=1 \;\; ou \;\; x=-\frac{1}{2}$$

La courbe de f coupe l'axe des abscisses en deux points : $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$ et $B(1;0)$

4) Tracer la courbe (C_f).
Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

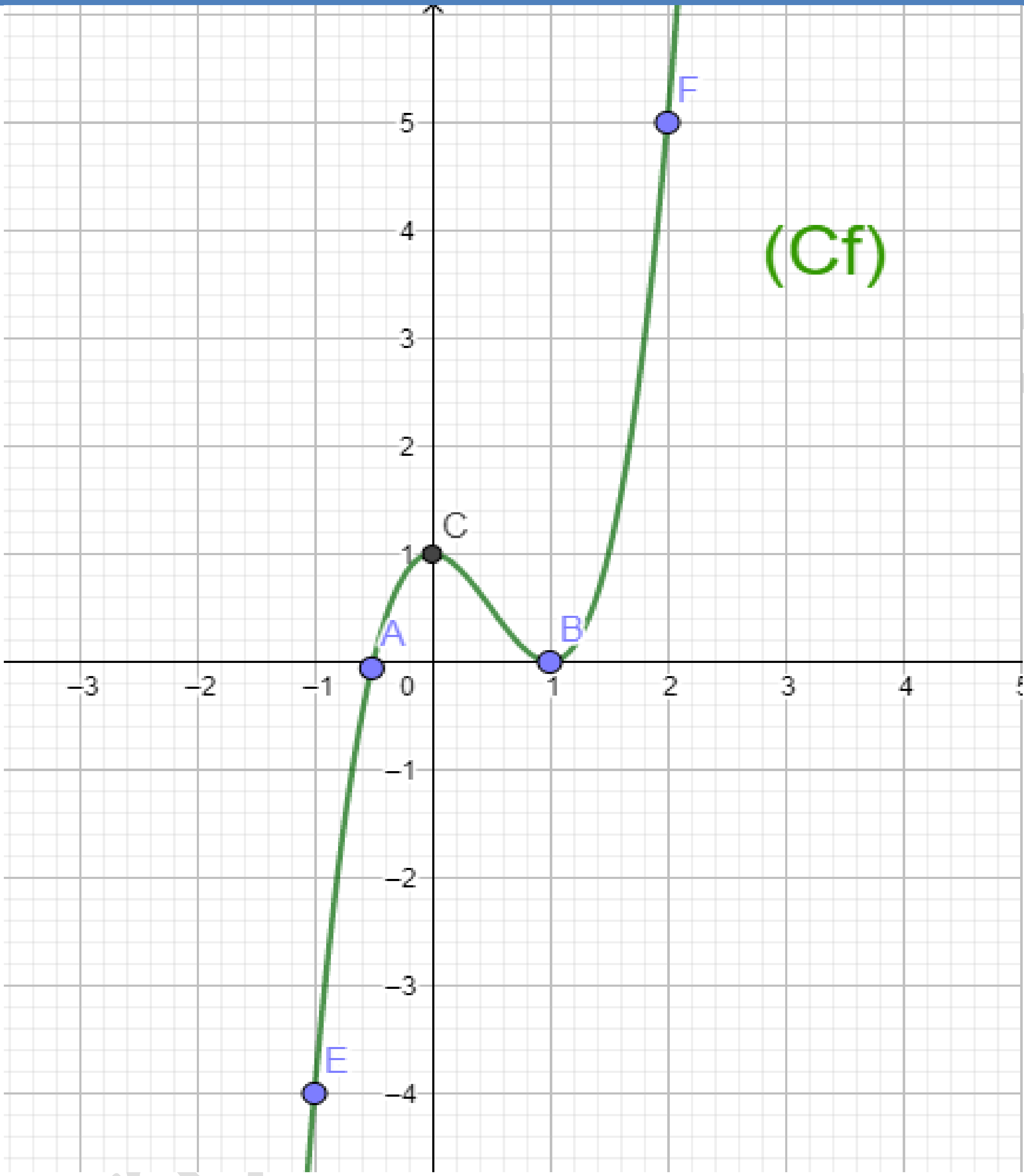
x	-1	0	1	2
f(x)	-4	1	0	5

$f(0)=2\times 0^3-3\times 0+1=0-0+1=+1$

$f(1)=2\times 1^3-3\times 1+1=2-3+1=0$

$f(2)=2\times 2^3-3\times 2^2+1=16-12+1=5$

$f(-1)=2\times(-1)^3-3\times(-1)^2+1=-2-3+1=-4$


(Cf)
A
B
C
E
F
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4