Région Tanger Tétouan Al Hoceima
2018(Session Normale)

Exercice1 : 6points (2pt +0.5pt +1.5pt +1pt+1pt)

1) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$

2) a) Montrer que le discriminent de l'équation suivante : $2x^2+x-1=0$ est : $\Delta = 9$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2+x-1=0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2x^2+x-1\leq 0$

3)Le prix d'une maison est 180000 DH.

Apres un ans le prix a augmenté de 30%

Quelle est le nouveau prix de la maison après l'augmentation

Exercice2 : 2points (1pt+1pt)

Une classe contient 13 garçons et 12 filles et on souhaite élire un comité de 3 élèves

1) Combien de comités peut-on élire ?

2) Combien de comités peut-on élire formées de 2 garçons et une fille ?

Exercice3 : 4points (1pt+2pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0=2$ et $u_1=4$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q=2$

2) Ecrire u_n en fonction de n et Vérifier que : $u_9=1024$

3) Calculer : $S=u_0+u_1+\cdots+u_9$.

Exercice4 : 8points (0.75pt +2pt +1.5pt+1pt+0.75pt +1pt+1pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^2-2x+2$

1) Calculer : $f(0)$ *et* $f(1)$ *et* $f(2)$

2) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3)a) Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=2(x-1)$

b) Etudier le signe de $x-1$ et en déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

4) Montrer que : l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est :

$(D): y=-2x+2$

5) Tracer la courbe représentative (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\leq 2$

Solution :

Exercice1 : 1) Résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$

Utilisons par exemple : la *Méthode de substitution :*

Dans le système $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$, On exprime *y* en fonction de *x* dans la 1iém équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} y=-x \\ 2x-3y=10 \end{cases}$.

On remplace ensuite *y* par : $-x$ dans la 2iére équation, ce qui donne le système :

$\begin{cases} y=-x \\ 2x-3(-x)=10 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} y=-x \\ 5x=10 \end{cases}$,

Qui équivaut à $\begin{cases} y=-x \\ x=\frac{10}{5}=2 \end{cases}$ Qui équivaut à $\begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$

Donc : $S=\{(2,-2)\}$

2) a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2+x-1=0$: a = 2, b =1 et c = -1

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1+8 = 9$.

b) $2x^2+x-1=0$ Comme $\Delta = 9 > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

Les solutions sont : $x_1=\frac{-1+\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-1+3}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $x_2=\frac{-1-\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-1-3}{4}=\frac{-4}{4}=-1$

Donc : $S=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$

c) $2x^2+x-1\le 0$ Les racines sont : $x_1=\frac{1}{2}$ et $x_2=-1$

On a donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		$1/2$		$+\infty$
$2x^2+x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où : $S=\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

3) le nouveau prix de la maison après l'augmentation est :

$$P=180000+180000\times\frac{30}{100}=180000+54000=234000dh$$

Exercice2 :1) Il s'agit d'une situation de combinaisons de 3 éléments dans un ensemble de 25 éléments (simultanément)

Donc le nombre de comités qu'on peut élire est :

$$card\,\Omega=C_{25}^{3}=\frac{A_{25}^{3}}{3!}=\frac{25\times24\times23}{3\times2\times1}=\frac{25\times4\times6\times23}{6}=25\times4\times23=100\times23=2300$$

2) Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est : $C_{13}^{2}\times C_{12}^{1}$

$C_{13}^{2}=\frac{A_{13}^{2}}{2!}=\frac{13\times12}{2\times1}=13\times6=78$ et $C_{12}^{1}=12$

Le nombre de comités formées de 2 garçons et une fille est : $C_{13}^{2}\times C_{12}^{1}=87\times12=1044$

Exercice3 :1) la raison q ??

On a : une suite géométrique est $(u_n)_n$

Donc : $u_1 = qu_0$

Donc : $4 = q \times 2$

Donc : $q = \dfrac{4}{2} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

Puisque $(u_n)_n$ est une suite géométrique

Alors on a : $u_n = u_0 \times q^n$

Donc : $u_n = 2 \times 2^n = 2^1 \times 2^n = 2^{n+1}$

Donc : $\boxed{u_n = 2^{n+1}}$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}$

Alors : $u_9 = 2^{9+1} = 2^{10} = 1024$

3) Calcul de : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$

$$S = (le\ premier\ terme\ dans\ la\ somme)\frac{1 - raison^{(le\ nombre\ de\ termes)}}{1 - raison}$$

$le\ nombre\ de\ termes = 9 - 0 + 1 = 9 + 1 = 10$

$$S = u_0 \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 2\frac{1 - 1024}{-1} = (-2) \times (-1023) = 2046$$

Exercice4 :1) Calcul de : $f(0)\ et\ f(1)\ et\ f(2)$ On a : $f(x) = x^2 - 2x + 2$

Donc : $f(0) = 0^2 - 2 \times 0 + 2 = 0 - 0 + 2 = 2$

$f(1) = 1^2 - 2 \times 1 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$

$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 - 2x + 2 = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x + 2 = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$

3) a) $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = (x^2 - 2x + 2)' = 2x - 2 = \boxed{2(x-1)}$

b) Etude du signe de $f'(x) = 2(x-1)$: $\forall x \in \mathbb{R}$

Le signe $f'(x)$ est le signe de : $x - 1$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

<u>Le tableau de variations de f</u>

$f(1) = 1^2 - 2 \times 1 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

4) L'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est :

Est : $(D): y = f(a) + f'(a)(x-a)$ avec : $a = 0$

Donc : $(D): y = f(0) + f'(0)(x-0)$

On a : $f(2) = 2$ Et on a : $f'(x) = 2(x-1)$

Donc : $f'(0) = 2(0-1) = -2$ Donc : $(D): y = 2 + (-2)(x-0)$

Donc : $(D): y = 2 - 2x$

Donc : l'équation de la tangente à la courbe de f au point $A(0;2)$ est : $(D): y = -2x + 2$

6) la courbe représentative (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Pour construire la courbe représentative (C_f) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

x	-1	0	1	2	3	
f(x)	**5**	0	1	2	5	

$f(3) = 3^2 - 2\times 3 + 2 = 9 - 6 + 2 = 5$

$f(-1) = (-1)^2 - 2\times(-1) + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$

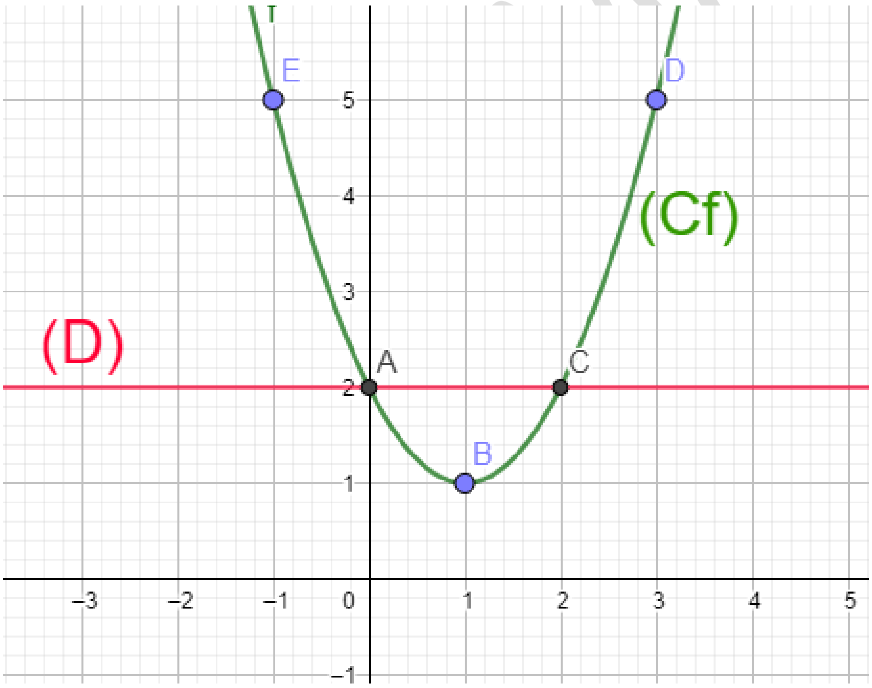
Pour construire la droite (D) on va d'abord dresser un tableau des valeurs :

(Deux points suffisent) $(D): y = -2x + 2$

Si x=0 alors : $y = -2\times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$

Si x=1 alors : $y = -2\times 1 + 2 = -2 + 2 = 0$

x	0	1
y	2	0



6) Résolution graphique dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $f(x) \leq 2$

$f(x) \leq 2$ Signifie graphiquement que : La courbe (C_f) est au-dessous de (D)

Et la courbe (C_f) est au-dessous de (D) si $x \in [0;2]$

Donc $S = [0;2]$