Serie d'exercices de préparation sur le : BARYCENTRE

Exercice 1 : Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\|=1cm$

On considère les points : $A(-6;3)$; $B(6;7)$ et $C(6;-5)$

Soit G Le barycentre du système pondéré {(A, 1) ; (B, 2) ; (C, 1)} et I le milieu du segment $[AC]$

1)Déterminer les coordonnées de G dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2)Montrer que G est le milieu du segment $[IB]$

3) Déterminer et Construire dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ l'ensemble (E) des points M du plan

Tel que : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=8cm$

4)Soit H Le barycentre du système pondéré : {(A, 3) ; (B, 2)}

a) Montrer que : $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et construire H

b) Déterminer et Construire dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ l'ensemble (F) des points M du plan tel que : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$

Exercice 2 : Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On considère les points : $A(-6;-1)$; $B(2;3)$

Soit G Le barycentre du système pondéré $\{(A;2);(B;-4)\}$ et I le milieu du segment $[AB]$

1)Déterminer les coordonnées de G dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2)a) Montrer que : $2\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$ pour tous points M du plan

b) En déduire et construire dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ l'ensemble (D) des points M du plan tel que : $\|2\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$

Exercice3 : Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On considère les points : $A(2;3)$; $B(1;-2)$ et G est le barycentre du système pondéré $\left\{(A;-1);\left(B;\frac{3}{2}\right)\right\}$

E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{EG}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$ et $E\notin(AB)$

1)Déterminer les coordonnées de G dans le repère

2)Montrer que G est le barycentre des points $(E;5)$ et $(F;-2)$

3) En déduire que les droites (EF) et (AB) se coupent et déterminer le point d'intersection

Exercice4 : Soit ABC un triangle et G est le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;-3);(C;-2)\}$

On considère le point E Tel que : $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

1)Montrer que : $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

2)Montrer que : le point E est le barycentre du système pondéré $\{(B;-3);(C;-2)\}$

3) En déduire que les points : $A;E$ et G sont alignés

4) Soit I le barycentre du système pondéré $\{(A;1);(B;-3)\}$

Montrer que : G le milieu du segment $[CI]$

Exercice5: Soit ABC un triangle. Pour tout point M on pose : $\vec{V}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$

1) Réduire l'écriture de $\vec{V}$ et monter que $\vec{V}$ ne dépend pas du point M

2) Soit K = Bar {(C, -3) ; (B, 1)} montrer que : $\vec{V}=2\overrightarrow{KA}$

3) soit G= Bar {(A, 2) ; (B, -1) ; (C, -3)}

Montrer que : Pour tout point M on a : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{GM}$

4) en déduire l'ensemble des points M tel que $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|$

Exercice6 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ Soient $A(-1;1)$ et $B(0;2)$ et $C(1;-1)$ et $D(1;0)$ et soit $G = Bar\{(A, 1); (B, 2)\}$

1)Déterminer les coordonnées de K = $Bar\{(A, 2); (B, 3)\}$

2)Déterminer les coordonnées de L le centre de gravité du triangle ABC

3)Déterminer les coordonnées de Barycentre des points $(A;2)$ et $(B;3)$ et $(C;1)$ et $(D;-1)$

Exercice7 : soit $ABCD$ un quadrilatère convexe

Soit H le barycentre du système pondéré $\{(A, 2) ; (B, 5); (C, -1)\}$

Soit K le barycentre du système pondéré {(B, 5) ; (C, -1) ; (D, 6)}

Soit E = Bar {(C, -1) ; $(B, 5)$}

1)Montrer que $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et Construire E

2) Montrer que H est le barycentre du système pondéré {$(A$, 1) ; (E, 2)} et Construire H

3) Montrer que K est le barycentre du système pondéré {(D, -3) ; (E, 2)}

4) a) Montrer que D est le barycentre du système pondéré {(K, 1) ; (E, 2)}

b) en déduire que $(AK) \parallel (DH)$