TD : exercices

PROF: ATMANI NAJIB 1BAC BIOF

http://www.xriadiat.com

Correction : Serie4 d'exercices de préparation sur les : SUITES

Exercice1 : Compléter les suites de nombres suivantes :

1) 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; … ; … ; … ;
2) -5 ; -2 ; 1 ; 4 ; … ; …. ;… ;…. ;
3) 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; …. ;… ;…..
4) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; …. ;… ;…..

Exercice2 : Soit $(u_n)_n$ une suite tel que :

$u_n = 3n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1 et u_3 et u_4

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est Arithmétique de raison : $r = 3$

3) Vérifier que : $u_{19} = 58$

4) Calculer la somme suivante :

$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{19}$

Exercice3 : soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 7 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ Calculer : $u_1; u_2; u_3$

Exercice4 : Soit la suite $(v_n)_n$ définie par :

$v_n = 2 \times 3^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer v_0 et v_1 et v_2

2) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

Exercice5 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$u_n = \frac{n+1}{2n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1)Montrer que : la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 1

2)Montrer que : la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par $\frac{1}{2}$

3) Que peut-on dire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice6 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \frac{-n}{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que : que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante

Exercice7 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que : $u_3 = -4$ et $u_8 = 6$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante :

$S = u_8 + u_9 + \cdots + u_{57}$

Exercice8 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que : $u_2 = -1$ et $u_6 = 11$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante :

$S = u_2 + u_3 + \cdots + u_{15}$

Exercice9 : Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique de raison q tel que $v_0 = 3$ et $v_3 = 24$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = 2$

2) Calculer : v_1 et v_2

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) Montrer que : $v_0 + v_1 + \cdots + v_5 = 189$

Exercice10 : Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique de raison tel que $v_2 = 18$ et $v_4 = 162$

1) Déterminer la raison de la suite $(v_n)_n$

2) Calculer : v_3 et v_5

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) Montrer que : $v_2 + v_3 + \cdots + v_5 = 720$

Exercice11 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et on considère la suite

$(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme

2) a) Ecrire v_n en fonction de n

b) En déduire u_n en fonction de n

c) Calculer la somme suivante :

$S = v_0 + v_1 + ... + v_{2021}$

Exercice12: Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et Soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$v_n = \dfrac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ 1) Calculer: u_1 ; v_0

2) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique de raison $r = \dfrac{1}{4}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

d) Calculer la somme suivante :

$s_n = v_0 + v_1 + ... + v_{32}$

Exercice13 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$v_n = u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; u_2 ; v_0 et v_1

2) Montrer par récurrence que : $u_n \leq 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{2}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

Exercice14 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; u_2 ; v_0 et v_1

2) Montrer par récurrence que : $u_n \leq 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

4) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ et

$T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

a) Calculer : S_n en fonction de n

b) En déduire T_n en fonction de n

Exercice15 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + \dfrac{5}{3} \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n - \dfrac{5}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; u_2 ; v_0 et v_1

2) Montrer par récurrence que : $u_n \leq \dfrac{5}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

4) On pose : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ et
$T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

a) Calculer : S_n en fonction de n

b) En déduire T_n en fonction de n

Exercice16 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{7u_n + 3}{3u_n + 7} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$ et soit la

suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$: $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; v_0

2) Montrer par récurrence que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

3) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

4)a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{2}{5}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

d) Calculer en fonction de n la somme suivante :
$s_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

Exercice17 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 3}{u_n + 3} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

Et Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; v_0

2)Montrer que $0 \le u_n \le 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$

3) a) Montrer que :
$u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n + 1)(u_n - 3)}{u_n + 3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

b) En déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

4) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

Exercice 18 : soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente

définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 3 \end{cases}$

1) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2

2) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 4

3) a) Montrer que :
$u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n - 2)(u_n - 4)}{u_n + 2}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

b) En déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice19 : Une entreprise de transport possède 40 camions en décembre 1991. L'évolution de l'entreprise est telle que celle-ci doit acheter 8 camions supplémentaires chaque année. Les nombres de camion forment une suite. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

1) Calculer le nombre de camions que possède l'entreprise en 1992, en 1993 et en 1994.

2) Donner la nature de cette suite et préciser le premier terme u_1 et la raison de cette suite.

3) Donner l'expression du nombre u_n de camions que possède l'entreprise l'année n.

4) Quel est le nombre de camions que possède l'entreprise en 2023 ?

Exercice20 : Un jeune homme se préparait à l'examen du baccalauréat ; son père, pour l'encourager, lui demanda ce qu'il désirait en récompense :Mon examen devant avoir lieu le 20 juin, répond-t-il, donne-moi seulement 1 centime le 1er juin, 2 centimes le lendemain, 4 centimes le surlendemain, en doublant chaque jour jusqu'au 20 inclusivement. Et donne mois la somme. J'emploierai cet argent pour faire un voyage pendant les vacances.
Le père pensa qu'avec cette somme son fils n'irait pas loin ; mais au bout de quelques jours, il commença à s'apercevoir de son erreur.
Avec quelle somme le fils va-t-il pouvoir partir en vacances ?